

Advanced Engineering Research

Теоретический и научно-практический журнал

Том 20 | Vol. 20
№ 4 | no. 4
2020 | 2020

ISSN 2687-1653

1. Механика
Mechanics

2. Машиностроение и машиноведение
Machine Building and Machine Science

3. Информатика, вычислительная техника и управление
Information Technology, Computer Science, and Management

DOI 10.23947/2687-1653

vestnik-donstu.ru

Advanced Engineering Research

Т. 20, № 4

Теоретический и научно-практический журнал

Издаётся с 1999 г.

Выходит 4 раза в год
октябрь-декабрь 2020 г.

ISSN 2687-1653
DOI: 10.23947/2687-1653

Учредитель и издатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет» (ДГТУ)

Название журнала (до августа 2020): Вестник Донского государственного технического университета

Журнал включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК) по следующим научным специальностям:

01.02.01 – Теоретическая механика (технические науки)
01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела (технические науки)
01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела (физико-математические науки)
01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры (технические науки)
05.02.02 – Машиноведение системы приводов и детали машин (технические науки)
05.02.04 – Трение и износ в машинах (технические науки)
05.02.07 – Технология и оборудование механической и физико-технической обработки (технические науки)
05.02.08 – Технология машиностроения (технические науки)
05.02.10 – Сварка, родственные процессы и технологии (технические науки)
05.02.11 – Методы контроля и диагностика в машиностроении (технические науки)
05.13.11 – Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей (технические науки)
05.13.17 – Теоретические основы информатики (технические науки)
05.13.18 – Математическое моделирование численные методы и комплексы программ (технические науки)

Индексируется и архивируется в Российском индексе научного цитирования (РИНЦ) и в международной базе EBSCO
Является членом Directory of Open Access Journals (DOAJ), Ассоциации научных редакторов и издателей (АНРИ) и Cross Ref

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ЭЛ № ФС 77 – 78854 от 07 августа 2020 г. выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

Над номером работали:
И. В. Бойко, Г. И. Рассохин, М. П. Смирнова (англ. версия)

Адрес учредителя, издателя и редакции:
344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-372
E-mail: vestnik@donstu.ru http://vestnik-donstu.ru/



СОДЕРЖАНИЕ

МЕХАНИКА

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 539.3 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-350-359

Механические и конечноэлементные модели кератопротезов роговицы глаза



А. Н. Соловьев[1], Н. И. Глушко[1], А. Н. Епихин[2], М. Свейн[3], О. Н. Лесняк[1], А. Е. Иванов[1]
[1]ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)
[2]ФГБОУ ВО «Ростовский государственный медицинский университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)
[3]Сиднейский университет (г. Сидней, Австралия)

Введение. При разработке глазных протезов возникает ряд проблем, одна из которых — конструирование соединения между жесткой оптической частью и мягкой тканью роговицы. Их модули Юнга могут отличаться на три порядка. При этом возникает задача создания промежуточного слоя, возможно с градиентными свойствами, назначение которого — исключить травмирование мягких биологических тканей. Рассматривается два типа кератопротеза: с опорной пластиной и с промежуточным функционально-градиентным слоем. Для первого типа рассчитано напряженно-деформированное состояние. Для второго проведено аналитическое и конечноэлементное моделирование взаимодействия цилиндрического оптического протеза, промежуточного неоднородного слоя и роговицы в упругой среде. Рассмотрены два варианта: без учета кривизны (круглая плита или пластина) и с учетом кривизны (сферический купол или оболочка). Цель работы — исследование напряженно-деформированного состояния керапротеза и роговицы в области контакта.
Материалы и методы. Математические модели рассматриваемых конструкций — это краевые задачи линейной теории упругости. Аналитическое решение построено для упрощенной модели в виде составной круговой пластины. Пространственные трехмерные задачи и задачи в осесимметричной постановке решаются методом конечных элементов. Конечноэлементное моделирование рассматриваемых конструкций проводилось в CAE-пакете ANSYS и ACELAN.
Результаты исследования. Построены CAD-модели кератопротезов с условиями закрепления и нагружения. Установлена нагрузка на керапротез под действием внутреннего глазного давления. Рассчитано напряженно-деформированное состояние элементов кератопротеза и роговицы. Особое внимание уделено окрестности ее контакта с кератопротезом.
Обсуждение и заключения. Результаты расчета осевых смещений и механических напряжений в кератопротезе первого типа показывают, что выбранные для него геометрические параметры удовлетворяют кинематическим и прочностным требованиям. Предложенные в работе модели деформированного состояния мягких биологических тканей позволяют оценить их травмирование при использовании кератопротеза второго типа, а также выбрать геометрические параметры и градиентные свойства промежуточного слоя.

Ключевые слова: глазной протез, неоднородные упругие свойства, пластина, оболочка, метод конечных элементов.

Для цитирования: Механические и конечноэлементные модели кератопротезов роговицы глаза / А. Н. Соловьев, Н. И. Глушко, А. Н. Епихин [и др.] // Advanced Engineering Research. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 350–359. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-350-359

Финансирование: работа выполнена при поддержке Правительства РФ (грант № 14.Z50.31.0046).



Mechanical and finite element models of corneal keratoprostheses

A. N. Soloviev[1], N. I. Glushko[1], A. N. Epikhin[2], M. Swain[3], O. N. Lesnyak[1], A. E. Ivanov[1]
[1] Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)
[2] Rostov State Medical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)
[3] Sydney University (Sydney, Australia)

Introduction. When developing ocular prostheses, a number of problems arise, one of which is the construction of the connection between the hard optical part and the soft corneal tissue. Their Young's modules can differ by three orders of magnitude. In this case, the problem arises of creating an intermediate layer, possibly with gradient properties, whose purpose is to exclude injury to soft biological tissues. Two types of keratoprostheses are considered: the first type with a support plate and the second type with an intermediate functionally gradient layer. The stress-strain state of the prosthesis is calculated for the first type. For the second type, analytical and finite element modeling of the interaction of a cylindrical optical prosthesis, an intermediate inhomogeneous layer, and the cornea was carried out in the elastic media. Two versions are considered: discounting the curvature (circular plate or plate) and with account of the curvature (spherical dome or shell). The work objective is to study the stress-strain state of the keraprosthesis and cornea in the contact area.
Materials and Methods. Mathematical models of the structures under consideration are the boundary value problems of the linear elasticity theory. The analytical solution is constructed for a simplified model in the form of a composite circular plate. Spatial three-dimensional problems and axisymmetric problems are solved by the finite element method. Finite element modeling of the considered structures was performed in the CAE package ANSYS and ACELAN.
Results. CAD models of keratoprostheses with conditions of fixing and loading are constructed. The load acting on the keraprosthesis under the effect of intraocular pressure was determined. The stress-strain state of the keratoprosthesis and cornea elements was calculated. Special attention was paid to the area of its contact with the keratoprosthesis.
Discussion and Conclusions. The results of calculating the axial displacements and mechanical stresses in the first type of keratoprosthesis show that the selected geometric parameters meet the kinematic and strength requirements. The proposed models of the deformed state of soft biological tissues provide assessing their injury when using a keratoprosthesis of the second type, as well as selecting the geometric parameters and gradient properties of the intermediate layer.

Keywords: ocular prosthesis, inhomogeneous elastic properties, plate, shell, finite element method.

For citation: A. N. Soloviev, N. I. Glushko, A. N. Epikhin, et al. Mechanical and finite element models of corneal keratoprostheses. Advanced Engineering Research, 2020, vol.20, no. 4, pp. 350–359. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-350-359

Funding information: the research is supported by the Government of the Russian Federation (grant no. 14.Z50.31.0046).

Введение. Кератопротез — это бесклеточный искусственный имплантат, сконструированный таким образом, что цилиндрическая оправа удерживает оптику. Кератопротез заменяет удаленную часть роговицы. Раньше трансплантации роговицы имели высокие показатели инфицирования и отторжения. В конце 1980-х годов наибольшее распространение получила конструкция «ядро и юбка» (биоинтегрируемая «юбка» окружает оптику). Важны были не только размеры, но и расположение пор в пористой юбке. Такие кератопротезы, как AlphaCor (раннее название Chirila) представляли собой полиметилметакрилатное устройство с центральной оптической областью, слитой с окружающей губчатой юбкой.

Современные кератопротезы состоят из оптического элемента и опорной пластины. Оптический прозрачный элемент имеет форму цилиндра или линзы. Опорная пластина, соединенная с оптическим элементом, может иметь различные формы: колечка с отверстиями, колесика со спицами, ушек или амебовидных ножек. В книге С. Н. Федорова [1] приведены описания различных видов и форм кератопротезов и креплений. Основное осложнение после кератопротезирования — асептический некроз роговицы, развивающийся спереди от опорного крепления имплантата. Именно это осложнение довольно часто приводит к отторжению кератопротеза [1]. Основная причина асептического некроза — блокирование поступления жизненно необходимых веществ в слои роговицы, которые располагаются над опорой кератопротеза. В связи с этим для изготовления опорной пластины необходимо использовать биосовместимый материал, который позволит тканям роговицы прорасти сквозь опорное крепление.

Американские исследователи описали микропористую опорную пластину[1] для кератопротеза из растянутого политетрафторэтилена (ПТФЭ). Его структура имеет конфигурацию в виде узлов полимера, которые

[1] Патент США № 5713956, М. кл. 7 A 61 F 2/14, опубл. 03.02.1998.

соединяются фибриллами длиной 7–8 мкм. Слишком маленькие поры препятствуют прорастанию тканей роговицы. Поэтому необходимо дополнительно пронизывать протез порами, перпендикулярными поверхностям опорной пластины диаметром 20–150 мкм (лучше 50 мкм). Толщина опорной пластины должна составлять около 0,2 мкм, но не более 0,3 мкм.

В модели с опорным креплением в форме кольца[1] оптический элемент сделан из прозрачного вещества типа полиметилметакрилата (ПММА), крепление — из гидрофильного пористого материала с волокнистой структурой, через который могут прорастать ткани роговицы. Из этого волокна сформирована опорная пластина толщиной 0,15–0,30 мкм. Кольцо с внешним диаметром около 9,5 мм надето на оптический элемент. Его передняя часть — цилиндрическая, задняя имеет форму усеченного конуса, большее сечение которого направлено внутрь. Опорная пластина имеет упругие характеристики, необходимые для предотвращения отторжения кератопротеза и некроза из-за давления окружающих тканей глаза.

В другой конструкции[2] опорная пластина представляет собой две параллельные оболочки, отстоящие друг от друга на 0,4–0,7 мкм. Оптимальное расстояние 0,3±0,02 мм. Оболочки конической формы прикреплены к цилиндрическому оптическому элементу. Материал опорных пластин должен быть биозаселяемым, следовательно, предполагается, что его пористость — 50% и выше, поры должны быть открыты, их диаметр — около 20–100 мкм.

Элементы кератопротеза[3], предложенного российскими учеными (рис. 1):
— опорная пластина — 1 (радиус кривизны 7–10 мм, внешний диаметр 7–12 мм);
— оптическая часть — 2 (оптический элемент в форме цилиндра с закругленными торцами, которые служат для выбора диоптрий);
— цилиндрическая поверхность оптического элемента с винтовой нарезкой — 3;
— соединительная шайба — 4 (жестко скреплена с опорной пластиной).

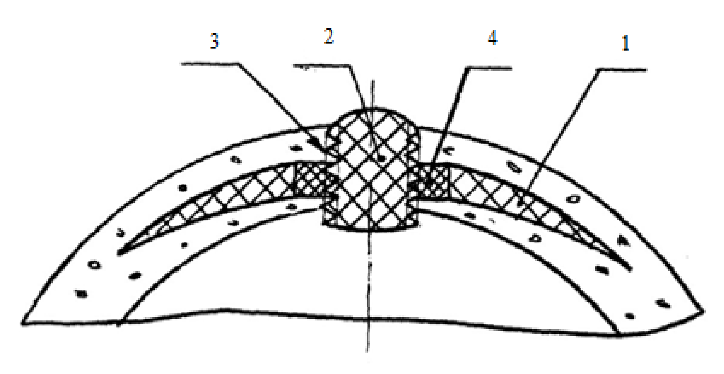


Рис. 1. Схема кератопротеза

Кератопротез имплантируется в интраламеллярный карман роговицы. Опорная пластина располагается внутри роговицы глаза, а оптический элемент пронизывает всю роговицу.

Имплантат для укрепления роговицы[4] представляет собой пластину — круглую, овальную, в форме трилистника, ромашки или выпукло-вогнутой линзы с радиусом кривизны 7–10 мм. В центре линзы может быть цилиндрическое отверстие. В структуре материала имплантата объемная доля пустот — 15–40 %, их удельная поверхность — 0,25–0,55 мкм^2/мкм^3, среднее расстояние между пустотами — 25–50 мкм, средняя объемная хорда — 8–25 мкм. Имплантат представляет собой выпукло-вогнутую линзу, радиус кривизны которой соответствует радиусу кривизны роговицы пациента. В центральной части толщина имплантата — 0,3–0,7 мм, на краях — 0,01 мм.

В другой модификации кератопротеза[5], в отличие от описанного выше, опорный блок выполнен из пористого никелида титана, кривизна пластины совпадает с кривизной роговицы. Опорная пластина устанавливается на поверхности роговицы и ретенционно фиксируется аллотрансплантатом склеры. Цилиндрический оптический элемент соединяется с опорной пластиной методом тугой посадки. Такой подход позволяет более эффективно лечить бельма, благодаря быстрой и успешной интеграции пористого имплантата (базиса) с окружа-

[1] Патент США № 5489301, M. кл. 6 A 61 F 2/14, опубл. 05.02.1996.
[2] Патент США № 6106552, M. кл 7 A 61 F 2/14, опубл. 22.08.2000.
[3] Кератопротез. Пат. 2270643 Рос. Федерация. № 2004119480/04; заявл. 17.06.2004; опубл. 27.02.2006. Бюл. № 6. 8 с.
[4] Имплантат для укрепления роговицы. Пат. 2270642 Рос. Федерация. № 2004119479/04; заявл. 17.06.2004; опубл. 27.02.2006. Бюл. № 6. 9 с.
[5] Кератопротез и способ хирургического лечения бельм с его помощью. Пат. 2367379 Рос. Федерация. № 2008101750/14; заявл. 16.01.2008; опубл. 20.09.2009. Бюл. № 26. 10 с.

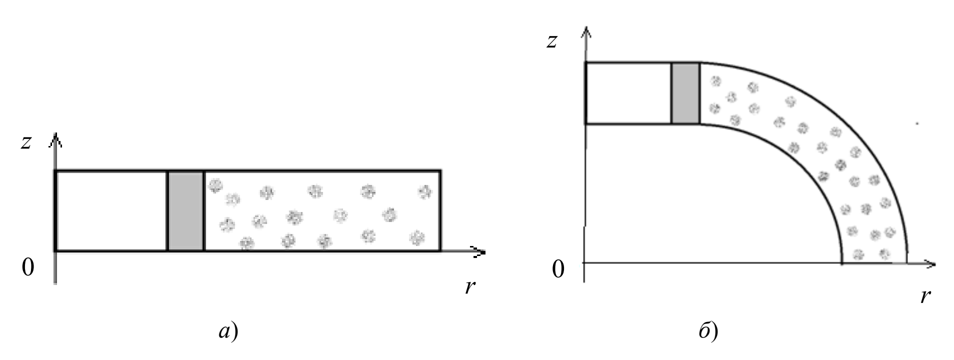
ющими тканями и механически прочной фиксации оптического элемента, которая снижает опасность репозиции кератопротеза.

Разработчик комбинированного кератопротеза[1] отмечает, что опорная часть имплантата должна максимально сопротивляться выталкивающему воздействию давления внутриглазной жидкости на оптическую часть кератопротеза и при этом минимально деформировать надлежащие ткани. Материал опорной части должен быть не только биосовместим, но и структурирован таким образом, чтобы обеспечить сращение над- и подлежащих слоев роговицы, разделяющихся в процессе имплантации кератопротеза. Ранее упоминались кератопротезы с оптическим элементом из прозрачного вещества (например, из ПММА) и опорной пластиной в форме кольца из гидрофильного пористого материала ПТФЭ или полиэтилена[2]. Их использование обеспечивает сращения над- и подопорных слоев роговицы за счет высокой пористости материала (от 50 %) и диаметра пор до 100 мкм. Главные недостатки таких конструкций — избыточная гибкость и низкая механическая прочность. Эти характеристики не позволяют продолжительное время надежно удерживать и фиксировать установленный кератопротез с большой оптикой.

Оптическая часть комбинированного кератопротеза выполнена из прозрачного упругого полимера, насыщенного УФ-адсорбентом. По форме это съемный болт диаметром 5–6 мм. Передний торец — грибовидный, другие — сферические (асферические). Гаптическая часть — это опорный диск наружным диаметром 8–12 мм и толщиной 0,3–0,9 мм. На ее боковую поверхность нанесена резьба. Для этой части используют пористый (перфорированный) твердый (упругий) ареактивный полимер (металл) с объемной долей пустот не более 50 %. Переднюю часть гаптического элемента делают из биологических материалов, заднюю — из искусственных биосовместимых. Опорный диск задней части — плоский и перпендикулярно соединяется с размещенным в центре опорным полым цилиндром. Соединение обеспечивает канавка и (или) фланец на внешней задней части цилиндра. Профиль и диаметр внутренней резьбы цилиндра соответствуют резьбе оптического болта. Опорный диск может переходить во втулку, которая обхватывает опорный цилиндр снаружи. Опорная пластина спереди соединена с круглым биодиском, который вырезается из свежеизъятых или консервированных стерильных биологических материалов, которые представляют собой разновариантные послойные сочетания биологических тканей. Перед соединением части кератопротеза стерилизуют. Соединение проводят в стерильных условиях. Сборку выполняют непосредственно перед протезированием или заранее (в этом случае имплантат хранится до операции). Внешний диаметр биодиска должен быть больше внешнего диаметра опорного диска на 0,3–1 мм, в центре биодиска делается соосное отверстие с диаметром, соответствующим наружному диаметру покровной втулки или опорного цилиндра.

Для сквозной кератопластики разработаны модели с использованием различных материалов, конструкций и хирургических методов [2]. Однако проблема окончательно не решена. Это подтверждают случаи слепоты роговицы у пациентов с повторной недостаточностью трансплантата или с тяжелым поражением глазной поверхности [3–6]. Вопросы кератопротезирования при заболеваниях роговицы и глазной поверхности рассмотрены в [7]. Обзор по применению бостонского кератопротеза представлен в [8]. В [9] обсуждаются осложнения с широкими последствиями при применении кератопротезов

В настоящей работе рассматриваются два типа кератопротезов с оптическим элементом цилиндрической формы. Схема первого типа представлена на рис. 1. Во втором типе на цилиндрической поверхности присутствует некоторый промежуточный слой с неоднородными механическими свойствами. На рис. 2 представлена схема половины осевого сечения кератопротеза второго типа без учета кривизны (*а*) и с учетом кривизны роговицы (*б*). Серым выделен слой с функционально градиентными свойствами. Он нужен для нетравматического контакта оптики с мягкими тканями роговицы.



а) *б*)

Рис. 2. Половина осевого сечения кератопротеза: модель пластины (*а*), модель купола (*б*)

[1] Кератопротез комбинированный. Пат. 2707646 Рос. Федерация. № 2018146759; заявл. 27.12.2018; опубл. 28.11.2019. Бюл. № 34. 5 с.
[2] Патенты США № 5489301, № 6106552.

Методом конечных элементов построены аналитические и численные модели имплантации кератопротеза в роговицу. Исследовано напряженно-деформированное состояние роговицы в области контакта. Этим определяются цели настоящей работы. Для керапротеза первого типа: исследование его напряженно-деформированного состояния под действием внутреннего глазного давления в предположении, что внешний край опорной пластины закреплен. Для керапротеза второго типа: исследование напряженно-деформированного состояния роговицы в окрестности контакта с кератопротезом, внешний слой которого представляет собой конструкцию, позволяющую уменьшить травмирование мягких тканей. Этот промежуточный (интерфейсный) слой моделируется как полый цилиндр с функционально градиентными механическими свойствами.

В работе рассматриваются три модели.

I. Аналитическая — для имплантированного протеза на основе изгиба составной круговой пластины.

II. Конечноэлементная — для имплантированного протеза на основе составной круговой плиты.

III. Конечноэлементная модель — для имплантированного протеза на основе составного сферического купола.

Решаются задачи моделирования для:

— кератопротеза первого типа (А),

— кератопротеза второго типа (Б).

Материалы и методы. Континуальная постановка задач. Общая математическая постановка исследуемой проблемы (для задач А и Б) представляет собой статическую краевую задачу теории упругости для составного изотропного тела. Для неизвестных $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ — компоненты вектора перемещений система дифференциальных уравнений имеет вид [10]:

$$\sigma_{ij,j} = 0\,,\ \varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k})\,, \tag{1}$$

где σ_{ij}, c_{ijkl}, ε_{kl} — компоненты тензоров напряжений, упругих постоянных и деформаций соответственно.

Граничные условия ставятся для векторов смещений и напряжений на соответствующих поверхностях S_u и S_t:

$$u_i\,|_{S_u} = u_i^0(\overline{x}, t),\quad \overline{x} \in S_u\,, \tag{2}$$

$$t_i\,|_{S_t} = \sigma_{ij} n_j\,|_{S_t} = q(\overline{x}, t),\quad \overline{x} \in S_t\,, \tag{3}$$

где n_j — координаты единичного вектора внешней нормали.

Кроме того, для задачи Б (рис. 2) подтела имеют различные свойства, а именно:

— два из них (цилиндрический оптический протез и роговица) — однородные, с модулями упругости Er_1 и Er_3;

— функционально-градиентный модуль упругости интерфейсного слоя — $Er_2 = Er_2(r)$.

Правая сторона закреплена, на левой задаются условия симметрии. На нижнюю границу действует равномерно распределенное давление, которое соответствует избыточному внутриглазному давлению по сравнению с атмосферным. На интерфейсных границах задаются условия непрерывности.

Для исследования модели (I) краевая задача (1)–(3) сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (4), (5) и (6) для первого, второго и третьего участка соответственно относительно угла поворота нормали $\theta(r)$ при степенной зависимости от радиуса модуля упругости второго участка [11]:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}\theta(r)\right)r^2 + \left(\frac{d}{dr}\theta(r)\right)r - \theta(r) = \frac{1}{2}Klqr^3, \tag{4}$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}\theta(r)\right)r^2 + a\left(\frac{d}{dr}\theta(r)\right)r + a\vartheta_2\theta(r) + \left(\frac{d}{dr}\theta(r)\right)r - \theta(r) = \frac{1}{2}\frac{K_2q(r^2 - r_1^2)r^{2-a}}{r}, \tag{5}$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}\theta(r)\right)r^2 + \left(\frac{d}{dr}\theta(r)\right)r - \theta(r) = \frac{1}{2}K3q(r^2 - r_2^2)r, \tag{6}$$

где $K = 1/D$, D — цилиндрическая жесткость.

Результаты исследования

Аналитическое решение

Общее решение системы (4)–(6) представлено ниже.

Первый участок:

$$\theta(r) = rC_2 + \frac{1}{16}Klqr^3 + \frac{C_1}{r}.$$

Третий участок:

$$\theta(r) = \frac{C_1}{r} + rC_2 - \frac{1}{16}K3q(4\ln(r)r_2^2 - r^2)r. \tag{7}$$

Второй участок:

$$\theta(r) = r^{-\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 4a\vartheta_2 + 4}}C_2 + r^{-\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 4a\vartheta_2 + 4}}C_1 +$$

$$+\frac{1}{2}\frac{K_2 q r^{1-a}\left(\left((r^2-r_1^2)\vartheta_2-r^2+3rl^2\right)a-8rl^2\right)}{(8+(\vartheta_2-3)a)a(\vartheta_2-1)}$$

при

$$Er_2=Er_1\left(\frac{r_1}{r}\right)^a;\ D_2=\frac{Er_2h_2^3}{12(1-\vartheta_2^2)},\ a=\frac{\ln(\frac{Er_1}{Er_2})}{\ln(\frac{r_2}{r_1})}$$

Произвольные постоянные C_i общего решения (7) определяются из граничных условий на правом конце и условий стыковки, причем для первого участка $C_1=0$.

Конечноэлементное решение

Численное моделирование проведено в конечноэлементных пакетах ANSYS и ACELAN [12, 13].

Численные результаты для кератопротеза первого типа. На рис. 3 представлена CAD-модель кератопротеза с условиями закрепления и нагружения.

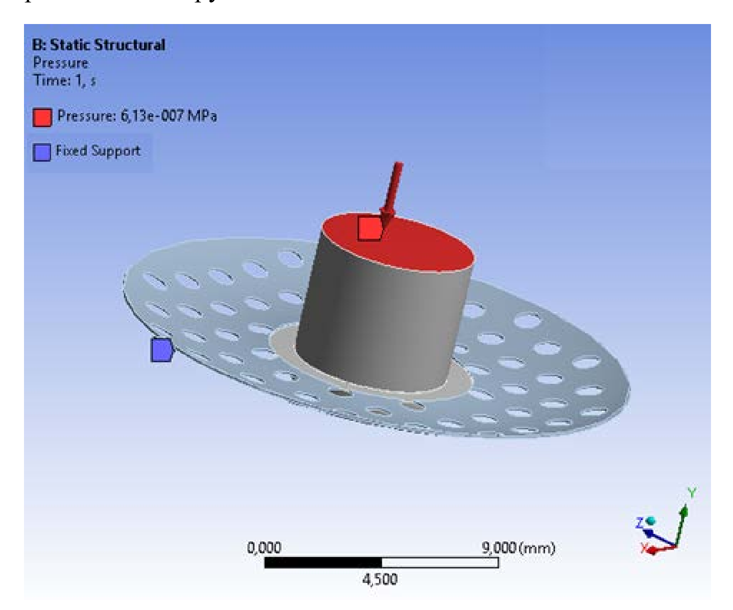
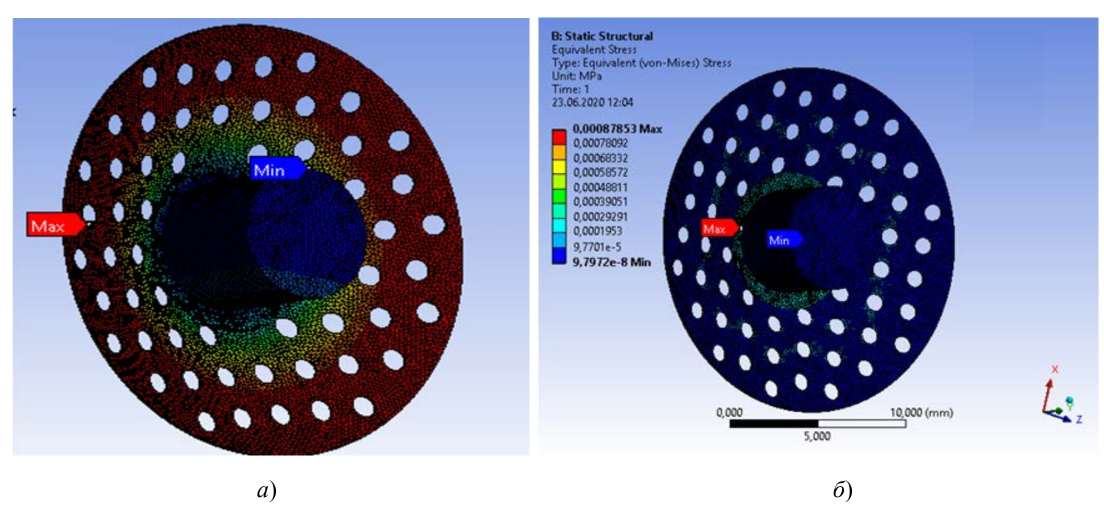


Рис. 3. Геометрическая модель с условиями закрепления и нагружения

Внешний край опорной пластины закреплен, на оптический элемент действует распределенное давление. Нормальное внутриглазное давление составляет от 12 до 21 мм ртутного столба. Давление в 45 мм/рт. ст. является критичным. В этом случае операция еще может спасти глаз. При более высоком давлении глаз спасти практически невозможно. На данный кератопротез действует нагрузка в 46 мм/рт. ст.

На рис. 4 представлено распределение осевого смещения (*а*) и напряжения по Мизесу (*б*) на конечноэлементной сетке модели.

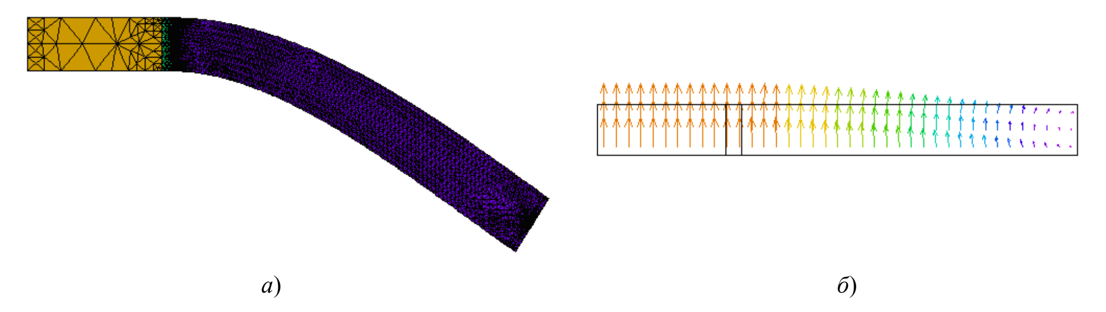


а) *б*)

Рис. 4. Распределение на конечноэлементной модели характеристик напряженно-деформированного состояния: осевого смещения (*а*) и напряжений по Мизесу (*б*)

Максимальные напряжения возникают в месте соединения оптического элемента с опорной пластиной, но их значения не превосходят предела прочности выбранного материала.

Далее рассматриваются результаты расчетов для задачи Б в осесимметричной постановке. Так, на рис. 5–7 представлены компоненты напряженно-деформированного состояния (II).



а) *б*)

Рис. 5. Расчет перемещений: конечноэлементная сетка на деформированной конструкции (*а*), распределение вектора смещений (*б*)

σ_r

σ_r, Н/мм^2 — *r*, мм (*а*); σ_r, Н/мм^2 — *z*, мм (*б*)

σ_θ, Н/мм^2 — *r*, мм (*в*); σ_θ, Н/мм^2 — *z*, мм (*г*)

Рис. 6. Расчет компонентов тензора напряжений. Зависимость от радиуса: радиальных напряжений на верхней границе (*а*), на интерфейсной границе с роговицей (*б*), угловых напряжений на верхней границе (*в*), на интерфейсной границе с роговицей (*г*)

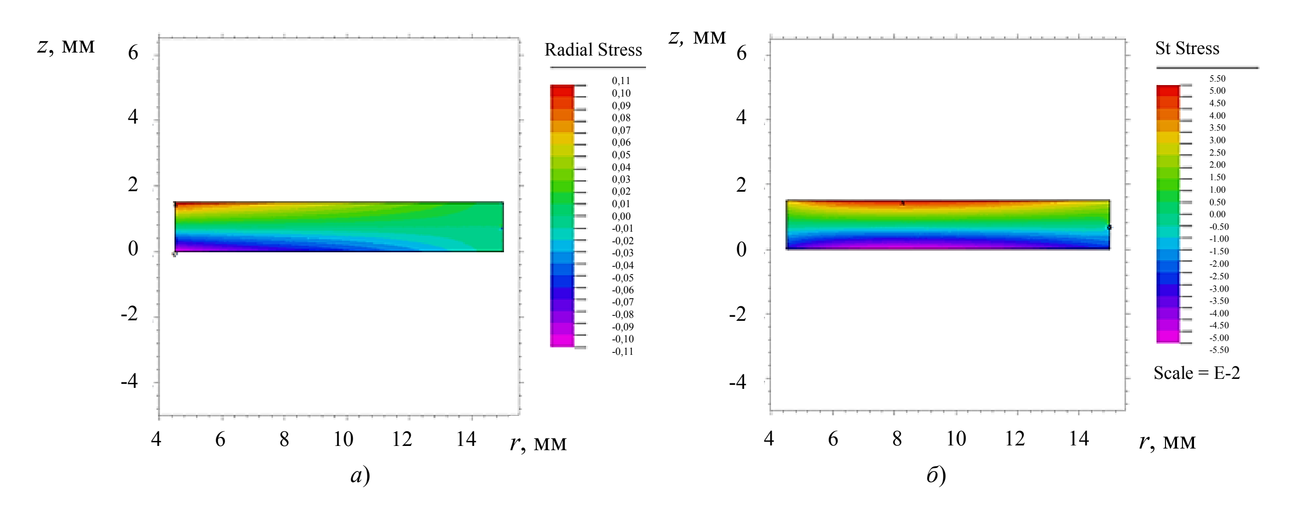


Рис. 7. Распределение компонент напряжений внутри области: радиальных напряжений (*а*), угловых напряжений (*б*)

Характеристики напряженно-деформированного состояния модели III представлены на рис. 8–11.

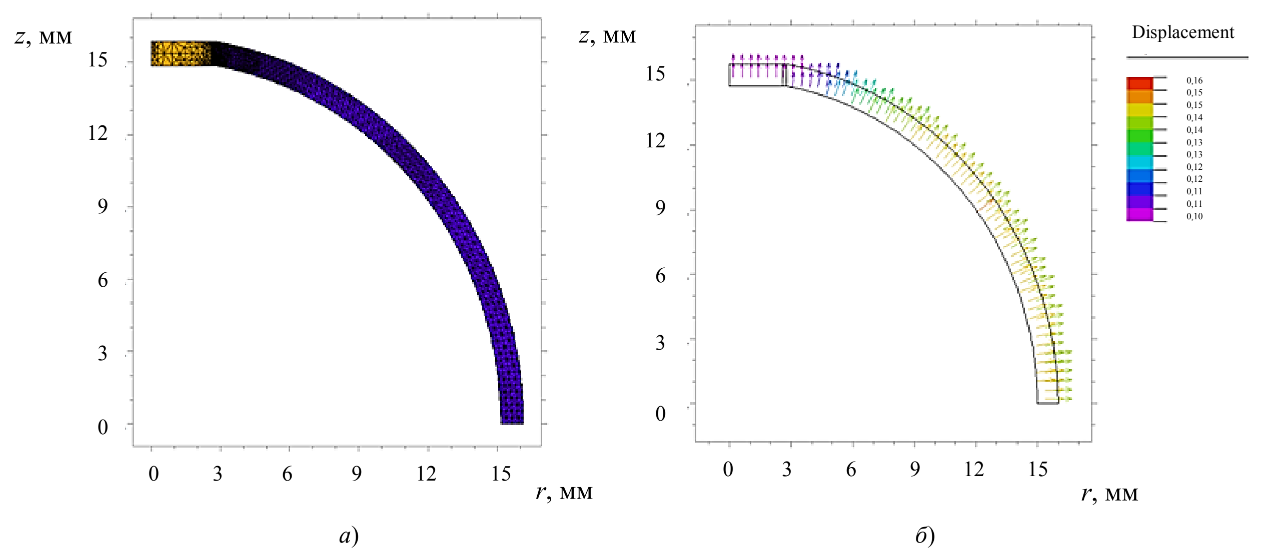


Рис. 8. Расчет перемещений купола: конечноэлементная сетка на деформированной конструкции (*а*), распределение вектора смещений (*б*)

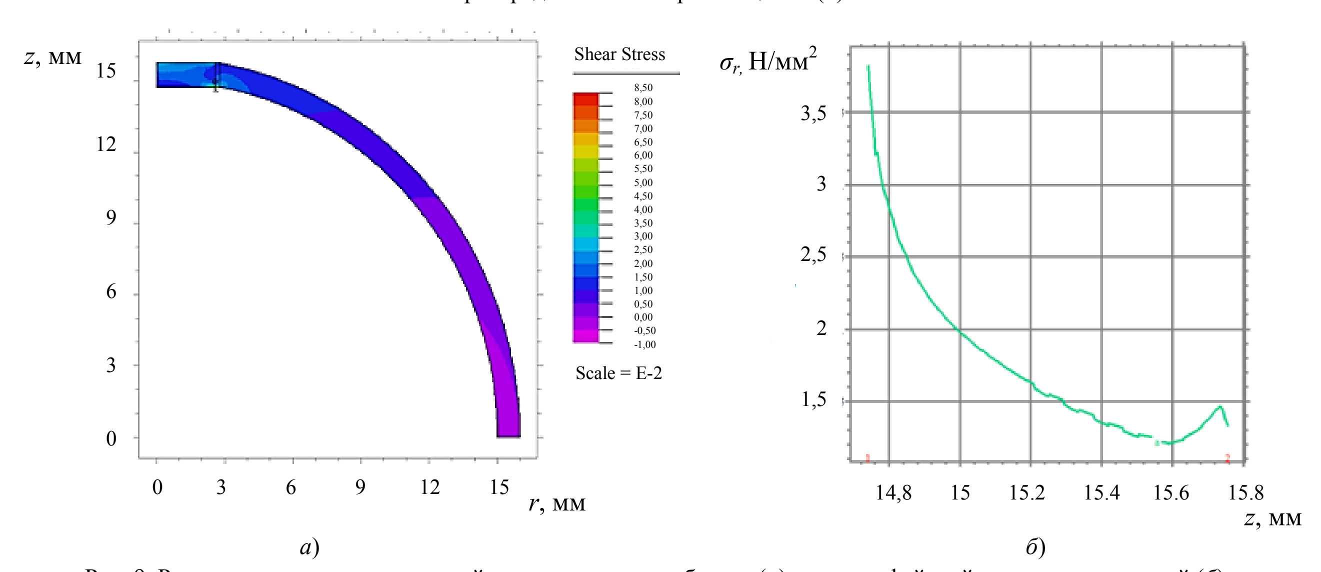


Рис. 9. Расчет радиальных напряжений: распределение в области (*а*), на интерфейсной границе с роговицей (*б*)

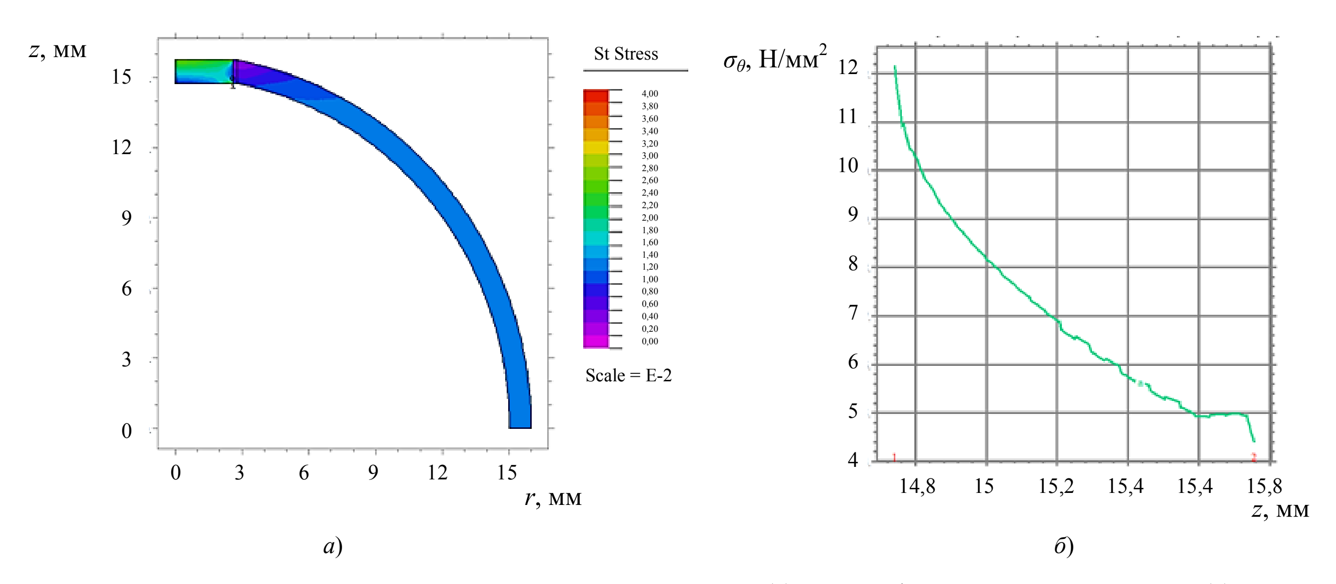


Рис. 10. Расчет угловых напряжений: распределение в области (*а*), на интерфейсной границе с роговицей (*б*)

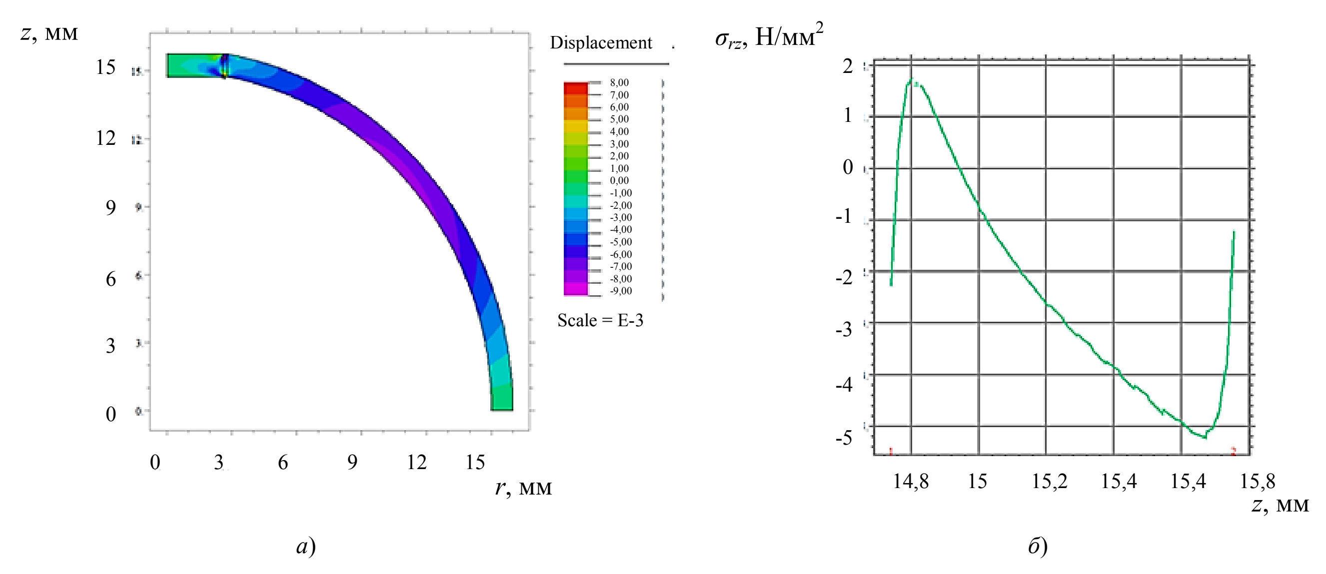


Рис. 11. Расчет касательных напряжений: распределение в области (*а*), на интерфейсной границе с роговицей (*б*)

Обсуждение и заключения. Рассмотрены два типа кератопротезов и построены их механические и математические модели. Для первого типа кератопротеза с опорной пластиной исследовано его напряженно-деформированное состояние, создана конечноэлементная модель в ANSYS. Показано, что при максимальном глазном давлении возникающие максимальные напряжения не превосходят пределов прочности выбранных материалов. Для второго типа кератопротеза построено аналитическое решение без учета кривизны и конечноэлементное решение в пакете ACELAN с учетом кривизны роговицы. Рассчитаны характеристики напряженно-деформированного состояния, в том числе на интерфейсной границе с роговицей. Это позволяет оценить ее травмирование и выбрать геометрические параметры и градиентные свойства промежуточного слоя.

Библиографический список

1. Федоров, С. Н. Кератопротезирование / С. Н. Федоров, З. И. Мороз, В. К. Зуев. — Москва : Медицина, 1982. — 144 с.

2. Keeler, R. Guillaume Pellier de Quengsy: a bold eye surgeon / R. Keeler, A. D. Singh, H. S. Dua // British Journal of Ophthalmology. — 2014. — Vol. 98 (5). — P. 576–578. DOI: 10.1136/bjophthalmol-2014-305269

3. External Disease Panel. Preferred Practice Pattern® Guidelines. Corneal Ectasia / American Academy of Ophthalmology Cornea. — San Francisco: American Academy of Ophthalmology, 2019. — Vol. 126 (1). — P. 171–215.

4. Belin, M. W. Suggested guidelines for reporting keratoprosthesis results / M. W. Belin, J. L. Guell, G. Grabner // National Center for Biotechnology Information. — 2016. — 35 (2). — P. 143–144.

5. Charoenrook, V. Comparison of long-term results between osteo-odonto-keratoprosthesis and tibial bone keratoprosthesis / V. Charoenrook, R. Michael, M. F. de la Paz [et al.] // The Ocular Surface. — 2018. — No. 16. — P. 259–264.

6. Khandekar, R. Impact of Cataract Surgery in Reducing Visual Impairment: A Review / R. Khandekar, A. Sudhan, B. K. Jain [et al.] // Middle East African Journal of Ophthalmology. — 2015. — Vol. 22 (1). — P. 80–85. DOI: 10.4103/0974-9233.148354

7. Sánchez Ferreiro, A. V. Keratoprosthesis in cornea and ocular surface diseases / A. V. Sánchez Ferreiro, L. Muñoz Bellido // Archivos de la Sociedad Española de Oftalmología (English Edition). — 2013. — Vol. 88 (8). — P. 327–328.

8. Cortina, M. S. Staged ocular fornix reconstruction for glaucoma drainage device under neoconjunctiva at the time of Boston type 1 Keratoprosthesis implantation / M. S. Cortina, F. I. Karas, Ch. Bouchard [et al.] // The Ocular Surface. — 2019. — Vol. 17 (2). — P. 336–340.

9. Park, J. Retroprosthetic membrane: A complication of keratoprosthesis with broad consequences / J. Park, P. Phrueksaudomchai, M. Soledad Cortina // The Ocular Surface. — 2020. — Vol. 18 (4). — P. 893–900.

10. Новацкий, В. Теория упругости / В. Новацкий. — Москва : Мир, 1975. — 872 с.

11. Бояршинов, С. В. Основы строительной механики / С. В. Бояршинов. — Москва : Машиностроение, 1973. — 456 с.

12. Belokon, A. V. Partitioned schemes of the finite-element method for dynamic problems of acoustoelectroelasticity / A. V. Belokon, V. A. Eremeyev, A. V. Nasedkin [et al.] // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 2000. — Vol. 64 (3). — P. 367–377.

13. Belokon, A. V. New schemes for the finite-element dynamic analysis of piezoelectric devices / A. V. Belokon, A. V. Nasedkin, A. N. Solov'yev // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 2002. — Vol. 66 (3). — P. 481–490.

Сдана в редакцию 01.07.2020
Запланирована в номер 05.09.2020

Об авторах:

Соловьев Аркадий Николаевич, заведующий кафедрой «Теоретическая и прикладная механика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор физико-математических наук, профессор, ResearcherID H-7906-2016, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-8465-5554, ScopusID: 55389991900, Solovievarc@gmail.com.

Глушко Надежда Ивановна, ассистент кафедры «Теоретическая и прикладная механика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2482-8710, leksa_n@list.ru

Епихин Александр Николаевич, заведующий кафедрой «Офтальмология» ФГБОУ ВО «Ростовский государственный медицинский университет» (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пр. Ворошиловский, 105, лит. О), кандидат медицинских наук, доцент, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9514-5039, kgb1rostgmu@yandex.ru.

Свейн Майкл, профессор Стоматологической школы Сиднейского университета (C24-Westmead Hospital The University of Sydney NSW 2006 Австралия), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-8801-8656, michael.swain@sydney.edu.au.

Лесняк Ольга Николаевна, доцент кафедры «Теоретическая и прикладная механика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7410-0061, lesniak.olga@yandex.ru.

Иванов Андрей Евгеньевич, магистрант кафедры «Теоретическая и прикладная механика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-0001-1469, al.drobotow@yandex.ru.

Заявленный вклад соавторов:

А. Н. Соловьев — общая постановка задач, выбор методов и программ исследования, анализ результатов. Н. И. Глушко — проведение обзора, построение приближенного решения, конечноэлементных моделей в ACELAN, проведение расчетов. А. Н. Епихин — описание конструкций кератопротезов. М. Свейн — общая постановка задач. О. Н. Лесняк — построение конечноэлементных моделей в ACELAN, проведение расчетов, корректировка текста. А. Е. Иванов — построение конечноэлементных моделей в ANSYS, проведение расчетов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 519.71, 681.5, 303.732.4, 62.752; 621.534; 629.4.015 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-360-369

Частотная функция и функция демпфирования в оценке динамических процессов в механических колебательных системах с симметрией



А. В. Елисеев
ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения» (г. Иркутск, Российская Федерация)

Введение. Рассматривается новый подход в формировании методологического базиса системного анализа в приложении к задачам динамики механических колебательных структур. Целью исследования является разработка метода оценки свойств механических колебательных систем с учетом сил вязкого трения на основе частотных функций и функции демпфирования, зависящих от так называемого коэффициента форм связности, представляющего собой отношение характеристик обобщенных координат.
Материалы и методы. Используемые графоаналитические методы оценки динамических свойств механических колебательных систем с двумя степенями свободы основаны на определении экстремальных значений частотных функций и функции демпфирования, определяемых из соотношений, связывающих кинетическую, потенциальную энергию и значения функции рассеяния энергии. Математические модели строятся на основе формализма Лагранжа, матричных методов, элементов теории функций комплексной переменной.
Результаты исследования. Предложен метод построения частотных функций и функций демпфирования для класса механических колебательных систем с двумя степенями свободы на основе аналитических выражений, отражающих особенности соотношения потенциальной и кинетической энергии системы с учетом сил вязкого трения, представленных диссипативной функцией. Выведены общие аналитические выражения для частотной функции и функции демпфирования. Для механических колебательных систем с упруго-демпфирующими элементами, обладающими свойствами симметрии, проведен графоаналитический анализ экстремальных свойств соответствующих частотных функций и функций демпфирования. Представлены результаты численных экспериментов. Предложен критерий классификации частотных функций и функций демпфирования на основе топологических особенностей графиков соответствующих функций.
Обсуждение и заключения. Разработанный метод построения частотных функций и функций демпфирования может быть использован для отображения динамических особенностей механических колебательных систем. Предложенный матричный метод построения частотно-демпирующей функции для системы двумя степенями свободы может быть распространен на механические колебательные системы, рассматриваемые в различных системах координат.

Ключевые слова: механическая система, динамические связи, частотная функция, функция демпфирования, связность движений, экстремальные свойства, колебание, вязкое трение.

Для цитирования: Елисеев, А. В. Частотная функция и функция демпфирования в оценке динамических процессов в механических колебательных системах с симметрией / А. В. Елисеев // Advanced Engineering Research. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 360–369. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-360-369



Frequency function and damping function in assessment of dynamic processes in mechanical oscillatory systems with symmetry

A. V. Eliseev
Irkutsk State Railway Transport University (Irkutsk, Russian Federation)

Introduction. A new approach to the formation of the methodological basis of system analysis in the application to the problems on mechanical oscillatory structure dynamics is considered. The study objective is to develop a method for

evaluating properties of the mechanical oscillatory systems with account for viscous friction forces based on frequency functions and damping functions that depend on the so-called coefficient of connection forms, which is the ratio of characteristics of generalized coordinates.

Materials and Methods. The graphoanalytical methods used for evaluating the dynamic properties of mechanical oscillatory two-degree-of-freedom systems are based on determining the extreme values of the frequency functions and the damping function, which are determined from the relations between the kinetic, potential energy and the values of the energy dissipation function. Mathematical models are based on Lagrange formalism, matrix methods, and elements of the theory of functions of a complex variable.

Results. A method is proposed for constructing frequency functions and damping functions for a class of mechanical oscillatory two-degree-of-freedom systems based on the analytical expressions that reflect features of the ratio of the potential and kinetic energy of the system considering viscous friction forces represented by the dissipative function. General analytical expressions for the frequency function and the damping function are derived. Graphoanalytical analysis of extreme properties of the corresponding frequency functions and damping functions is performed for mechanical vibrational systems with elastic-damping elements with symmetry properties. The results of numerical experiments are presented. A criterion for classifying frequency functions and damping functions based on the topological features of the graphs of the corresponding functions is proposed.

Discussion and Conclusions. The developed method for constructing frequency functions and damping functions can be used to display the dynamic features of mechanical oscillatory systems. The proposed matrix method for constructing a frequency-damping function for a two-degree-of-freedom system can be extended to the mechanical vibrational systems considered in different coordinate systems.

Keywords: mechanical system, dynamic connections, frequency function, damping function, connectivity of movement, extreme properties, oscillation, viscous friction.

For citation: A. V. Eliseev. Frequency function and damping function in assessment of dynamic processes in mechanical oscillatory systems with symmetry. Advanced Engineering Research, 2020, vol. 20, no. 4, pp. 360–369. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-360-369

Введение. Методам использования механических колебательных систем в качестве расчетных схем в задачах оценки динамических свойств технических объектов, работающих в условиях интенсивных вибрационных нагрузок, уделяется существенное внимание [1–9]. К числу распространенных подходов к оценке динамических свойств механических колебательных систем можно отнести методы, основанные на экстремальных свойствах отношения потенциальной и кинетической энергии [10, 11]. Методы, построенные на основе энергетических отношений, получили развитие в использовании частотной функции, как функции коэффициента форм связности координат механической системы, для оценки особенностей динамики механических колебательных систем без учета сил трения [12–15].

Вместе с тем, методы оценки динамических свойств механических колебательных систем, с учетом сил вязкого трения на основе частотной функции, требуют детализации представлений в зависимости от величины вязкого трения. Это связано, в частности, с тем, что для систем с апериодическим движением понятие частоты колебания может терять смысл.

Предлагаемая работа посвящена развитию метода оценки свойств механических движений на основе развития понятия частотной функции, когда вводится дополнительная функция демпфирования, отражающая особенности учета сил вязкого трения в зависимости от коэффициентов форм связности.

Материалы и методы. Рассматриваются свободные движения механической упруго-диссипативной системы с сосредоточенными параметрами с двумя степенями свободы. Принципиальная схема системы представлена на рис. 1.

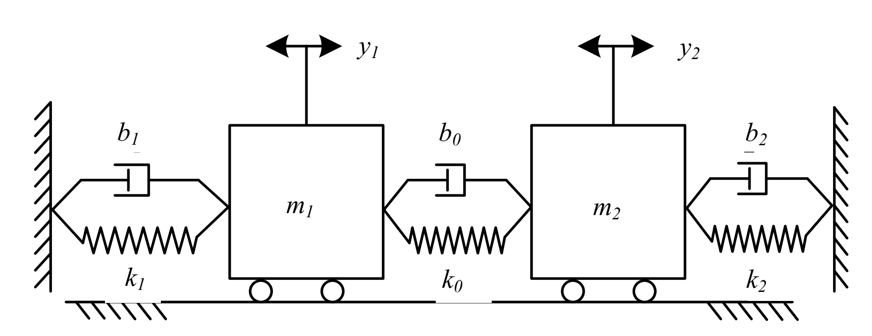


Рис. 1. Механическая колебательная система с учетом вязкого трения

Обобщенные координаты y_1, y_2, обозначают смещение массо-инерционных элементов m_1, m_2 относительно положения статического равновесия. Кинетическая энергия T, потенциальная энергия Π и функция рассеяния F имеют вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^{\,2} + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^{\,2}, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 y_1^{\,2} + \frac{1}{2} k_2 y_2^{\,2} + \frac{1}{2} k_0 (y_2 - y_1)^2, \quad (2)$$

$$F = \frac{1}{2} b_1 \dot{y}_1^{\,2} + \frac{1}{2} b_0 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2} b_2 \dot{y}_2^{\,2}. \quad (3)$$

Система уравнений Лагранжа второго рода имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} + \dfrac{\partial \Pi}{\partial y_1} + \dfrac{\partial F}{\partial \dot{y}_1} = 0; \\ \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{y}_2} + \dfrac{\partial \Pi}{\partial y_2} + \dfrac{\partial F}{\partial \dot{y}_2} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

После подстановки выражений T, Π, F система дифференциальных уравнений (4) принимает вид:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_1 + (b_0 + b_1)\dot{y}_1 - b_0 \dot{y}_2 + (k_0 + k_1) y_1 - k_0 y_2 = 0; \\ m_2 \ddot{y}_2 + (b_0 + b_2)\dot{y}_2 - b_0 \dot{y}_1 + (k_0 + k_2) y_2 - k_0 y_1 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Формы свободных движений представленной системы (5) в общем случае определяются собственными числами характеристического уравнения с учетом их кратности. Рассматривается случай простых корней. Таким образом, пусть решение $y_1 = y_1(t)$, $y_1 = y_2(t)$ системы (5) представимо в виде:

$$\dot{y} = \dot{Y} e^{pt}, \quad (6)$$

где $\vec{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ — вектор-решение, $\vec{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}$ — числовой вектор, $p = \sigma + j\omega$ — комплексный параметр, t — переменная времени. Полагается, что начальные условия согласованы с видом искомого решения (6).

Задача заключается в построении и оценке экстремальных свойств функций, отображающих характеристики собственных движений системы с учетом сил вязкого трения.

Результаты исследований

1. Построение частотной функции и функции диссипации на основе энергетического соотношения. Система (5) в обозначениях (6) имеет вид:

$$\begin{bmatrix} m_1 p^2 + (b_0 + b_1) p + k_0 + k_1 & -b_0 p - k_0 \\ -b_0 p - k_0 & m_2 p^2 + (b_0 + b_2) p + k_0 + k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = 0. \quad (7)$$

Введем обозначения:

$$A = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} b_0 + b_1 & -b_0 \\ -b_0 & b_0 + b_2 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_0 \\ -k_0 & k_0 + k_2 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

С учетом (8) матричное соотношение (5) принимает вид:

$$(p^2 A + pB + C)\dot{Y} = 0. \quad (9)$$

На основе матричного соотношения (9) могут быть получены различные скалярные уравнения, с учетом экстремальных свойств которых, в свою очередь, могут быть определены свойства решения p уравнения (9). В частности, скалярное умножение левой и правой части равенства (9) на вектор $\vec{Y}$ приводит к скалярному выражению:

$$p^2 \left\langle A\vec{Y}, \vec{Y} \right\rangle + p \left\langle B\vec{Y}, \vec{Y} \right\rangle + \left\langle C\vec{Y}, \vec{Y} \right\rangle = 0. \quad (10)$$

С помощью подстановки $p = \sigma + j\omega$ приведем (10) к виду:

$$(\sigma^2 - \omega^2 + 2j\sigma\omega)\left\langle A\vec{Y}, \vec{Y} \right\rangle + (\sigma + j\omega)\left\langle B\vec{Y}, \vec{Y} \right\rangle + \left\langle C\vec{Y}, \vec{Y} \right\rangle = 0, \quad (11)$$

Пусть для координат вектора $\vec{Y}$ выполнено соотношение:

$$Y_2 = \alpha Y_1, \quad (12)$$

где α — коэффициент формы связности. В этом случае вектор $\vec{Y}$ может быть представлен в виде:

$$\dot{Y} = Y_1 \dot{\alpha}, \quad (13)$$

где $\vec{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix}$ — вектор, определяемый коэффициентом связности α. После подстановки (13) выражение (11) принимает вид:

$$(\sigma^2-\omega^2+2j\sigma\omega)A_\alpha+(\sigma+j\omega)B_\alpha+C_\alpha=0\,, \tag{14}$$

где $A_\alpha=\langle A\dot\alpha,\dot\alpha\rangle$, $B_\alpha=\langle B\dot\alpha,\dot\alpha\rangle$, $B_\alpha=\langle B\dot\alpha,\dot\alpha\rangle$ — скалярные функции коэффициента формы связности α. Уравнение (14) может быть представлено в эквивалентном виде:

$$\begin{cases}\omega^2A_\alpha=\sigma^2A_\alpha+\sigma B_\alpha+C_\alpha;\\ 2\sigma\omega A_\alpha+\omega B_\alpha=0.\end{cases} \tag{15}$$

Найдём решение системы (15) относительно σ,ω, как функций α. Функция $\omega(\alpha)$ рассматривается как частотная функция, $\sigma(\alpha)$ — функция демпфирования. Особенности решения системы определяются знаком выражения $\sigma^2A_\alpha+\sigma B_\alpha+C_\alpha$.

Учет диссипации. Уровень диссипации энергии может быть охарактеризован дискриминантом $B_\alpha{}^2-4A_\alpha C_\alpha$. При условии:

$$B_\alpha{}^2<4A_\alpha C_\alpha\,, \tag{16}$$

понимаемом как малость трения, решение (15) может быть представлено в виде:

$$\begin{cases}\omega^2=\dfrac{C_\alpha}{A_\alpha}-\left(\dfrac{B_\alpha}{2A_\alpha}\right)^2;\\ \sigma=-\dfrac{B_\alpha}{2A_\alpha}.\end{cases} \tag{17}$$

Необходимо отметить, что при выполнении условий малости сил вязкого трения (16) выполнено равенство:

$$\omega^2+\sigma^2=\frac{C_\alpha}{A_\alpha}. \tag{18}$$

При условии «больших сил вязкого трения»:

$$B_\alpha{}^2>4A_\alpha C_\alpha\,, \tag{19}$$

решение (15) может быть представлено в виде:

$$\omega=0\,,\ (20)\quad \sigma_1(\alpha)=-\frac{B_\alpha}{2A_\alpha}-\sqrt{\left(\frac{B_\alpha}{2A_\alpha}\right)^2-\frac{C_\alpha}{A_\alpha}}\,,\sigma_2(\alpha)=-\frac{B_\alpha}{2A_\alpha}+\sqrt{\left(\frac{B_\alpha}{2A_\alpha}\right)^2-\frac{C_\alpha}{A_\alpha}}\,. \tag{21}$$

Функция демпфирования имеет две компоненты $\sigma_1(\alpha)$, $\sigma_2(\alpha)$ такие, что:

$$\sigma_1(\alpha)+\sigma_2(\alpha)=-\frac{B_\alpha}{A_\alpha},\ \sigma_1(\alpha)\cdot\sigma_2(\alpha)=\frac{C_\alpha}{A_\alpha}. \tag{22}$$

Таким образом, в зависимости от уровня сил вязкого трения, возможны различные виды представления частотной функции и функции демпфирования. Если $B_\alpha{}^2-4A_\alpha C_\alpha<0$, то определена частотная функция $\omega^2(\alpha)$ и одна компонента функции демпфирования $\sigma(\alpha)$. Если $B_\alpha{}^2-4A_\alpha C_\alpha>0$, то предполагается, что частотная функция $\omega^2(\alpha)$ принимает нулевые значения, а функция демпфирования имеет две различные отрицательные компоненты $\sigma_1(\alpha)$, $\sigma_2(\alpha)$. Что касается условия $B_\alpha{}^2-4A_\alpha C_\alpha=0$, то оно требует отдельного анализа. Вместе с тем, условие $B_\alpha{}^2-4A_\alpha C_\alpha=0$ может быть интерпретировано как граница двух различных режимов движения механической системы.

Представленные аналитические выражения частотной функции, функции демпфирования и условий «малых» и «больших» сил вязкого трения могут быть детализированы при рассмотрении частных вариантов механических колебательных систем, полученных на основе системы с двумя степенями свободы.

2. Частотная функция и функция демпфирования для механической системы с двумя степенями свободы. Рассматриваются варианты параметров для механической системы, представленной на рис. 1. Предполагается, что множество граничных параметров, разделяющих режимы движение при малых и больших силах вязкого трения, определяется уравнением:

$$B_\alpha{}^2=4A_\alpha C_\alpha\,, \tag{23}$$

где:

$$A_{\ \alpha}=m_1+m_2\alpha^2\,, \tag{24}$$

$$B_{\ \alpha}=(b_0+b_2)\alpha^2-2\alpha b_0+b_0+b_1\,, \tag{25}$$

$$C_{\ \alpha}=(k_0+k_2)\alpha^2-2\alpha k_0+k_0+k_1\,. \tag{26}$$

Условия малости сил вязкого трения имеют форму:

$$B_\alpha^{\ 2} < 4A_\alpha C_\alpha \,. \tag{27}$$

В этом случае частотная функция $\omega^2(\alpha)$ и функция демпфирования $\sigma(\alpha)$:

$$\begin{cases} \omega^2(\alpha) = \dfrac{(k_0+k_2)\alpha^2 - 2\alpha k_0 + k_0 + k_1}{m_1 + m_2\alpha^2} - \left(\dfrac{1}{2}\dfrac{(b_0+b_2)\alpha^2 - 2\alpha b_0 + b_0 + b_1}{m_1 + m_2\alpha^2}\right)^2 \\ \sigma(\alpha) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{(b_0+b_2)\alpha^2 - 2\alpha b_0 + b_0 + b_1}{m_1 + m_2\alpha^2} \end{cases}. \tag{28}$$

Условия больших сил вязкого трения имеют форму:

$$B_\alpha^{\ 2} > 4A_\alpha C_\alpha \,. \tag{29}$$

При условиях (29) функции ω^2 и $\sigma(\alpha)$ имеют вид:

$$\begin{cases} \omega^2 = 0; \\ \sigma_1(\alpha) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{(b_0+b_2)\alpha^2 - 2\alpha b_0 + b_0 + b_1}{m_1 + m_2\alpha^2} - \\ -\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\dfrac{(b_0+b_2)\alpha^2 - 2\alpha b_0 + b_0 + b_1}{m_1 + m_2\alpha^2}\right)^2 - \dfrac{(k_0+k_2)\alpha^2 - 2\alpha k_0 + k_0 + k_1}{m_1 + m_2\alpha^2}}; \\ \sigma_2(\alpha) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{(b_0+b_2)\alpha^2 - 2\alpha b_0 + b_0 + b_1}{m_1 + m_2\alpha^2} + \\ +\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\dfrac{(b_0+b_2)\alpha^2 - 2\alpha b_0 + b_0 + b_1}{m_1 + m_2\alpha^2}\right)^2 - \dfrac{(k_0+k_2)\alpha^2 - 2\alpha k_0 + k_0 + k_1}{m_1 + m_2\alpha^2}}. \end{cases} \tag{30}$$

Представленные выражения отражают движения в форме экспоненциального убывания при отсутствии колебаний.

3. Особенности частотных функций и функций демпфировании для симметричных механических колебательных систем. Рассматривается механическая колебательная система с упруго-демпфирующими элементами, на значения параметров которых наложены условия симметрии в виде $b_1 = b_2 = b_0 = b$, $k_1 = k_2 = k_0 = k$. Принципиальная схема представлена на рис. 2.

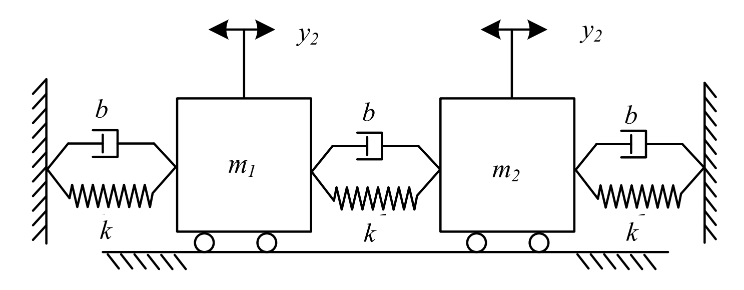


Рис. 2. «Симметричная» механическая система

Система дифференциальных уравнений (5) имеет вид:

$$\begin{cases} m\ddot{y}_1 + 2b\dot{y}_1 - b\dot{y}_2 + 2ky_1 - ky_2 = 0; \\ m\ddot{y}_2 + 2b\dot{y}_2 - b\dot{y}_1 + 2ky_2 - ky_1 = 0. \end{cases} \tag{31}$$

Функции A_α, B_α, C_α могут быть представлены выражениями:

$$A_\alpha = m_1 + m_2\alpha^2 \,, \tag{32}$$

$$B_\alpha = 2b(\alpha^2 - \alpha + 1) \,, \tag{33}$$

$$C_\alpha = 2k(\alpha^2 - \alpha + 1) \,. \tag{34}$$

На основе представленных компонент могут быть построены частотная функция, функция демпфирования и сформулированы условия малости сил вязкого трения.

Учет сил вязкого трения. Условие малости сил трения могут быть представлены неравенством:

$$\left(\frac{B_\alpha}{2A_\alpha}\right)^2 < \frac{C_\alpha}{A_\alpha} \,. \tag{35}$$

После подстановки функций (32)–(34) условие малости сил трения (35) может быть представлено в виде:

$$\gamma_0 < M(\alpha), \tag{36}$$

где $\gamma_0 = \dfrac{b^2}{4k}$ — обобщенный вязко-упругий параметр, $M(\alpha) = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{m_1 + m_2\alpha^2}{\alpha^2 - \alpha + 1}$ — обобщенный массо-инерционный коэффициент, зависящий от коэффициента формы α. График функции M_α для каждого фиксированного γ_0 определяет множество значений α, при которых выполнено условие малости сил трения.

В качестве примера на рис. 3 приведен график параметризующей функции $M(\alpha)$. Функция $M(\alpha)$ обладает глобальным минимумом M_1 и максимумом M_2, при $\alpha \to \infty$ $M(\alpha) \to \dfrac{m_2}{2}$.

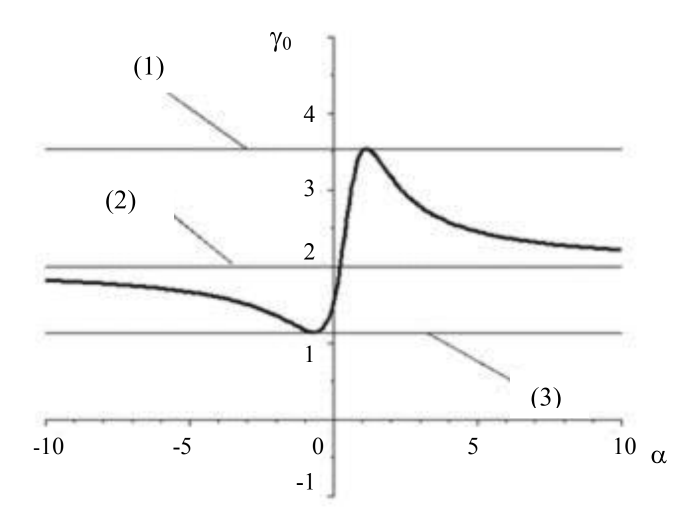


Рис. 3. Параметризующая функция $M(\alpha)$: 1 — уровень глобального максимума M_2, 3 — уровень глобального минимума M_1, 2 — уровень горизонтальной асимптоты $\dfrac{m_2}{2}$

Изменение параметра γ_0 в интервалах $(0, M_1)$, $(M_1, \dfrac{m_2}{2})$, $(\dfrac{m_2}{2}, M_2)$, (M_2, ∞) определяет характерные интервалы коэффициента формы α, в которых выполнены условия малости сил трения.

При малых силах трения частотная функция и функция демпфирования имеют вид:

$$\begin{cases} \omega^2(\alpha) = \dfrac{2k(\alpha^2 - \alpha + 1)}{m_1 + m_2\alpha^2} - \left(\dfrac{b(\alpha^2 - \alpha + 1)}{m_1 + m_2\alpha^2}\right)^2; \\ \sigma(\alpha) = -\dfrac{b(\alpha^2 - \alpha + 1)}{m_1 + m_2\alpha^2}. \end{cases} \tag{37}$$

При больших силах трения, при которых реализуется апериодическое движение системы, частотная функция равна нулю, а функция демпфирования имеет две компоненты:

$$\begin{cases} \omega^2 = 0; \\ \sigma_1(\alpha) = -\dfrac{b(\alpha^2 - \alpha + 1)}{m_1 + m_2\alpha^2} - \sqrt{\left(\dfrac{b(\alpha^2 - \alpha + 1)}{m_1 + m_2\alpha^2}\right)^2 - \dfrac{2k(\alpha^2 - \alpha + 1)}{m_1 + m_2\alpha^2}}; \\ \sigma_2(\alpha) = -\dfrac{b(\alpha^2 - \alpha + 1)}{m_1 + m_2\alpha^2} + \sqrt{\left(\dfrac{b(\alpha^2 - \alpha + 1)}{m_1 + m_2\alpha^2}\right)^2 - \dfrac{2k(\alpha^2 - \alpha + 1)}{m_1 + m_2\alpha^2}}. \end{cases} \tag{38}$$

На основе аналитических представлений частотной функции и функции демпфирования могут быть определены характерные варианты и особенности экстремальных свойств соответствующих функций с учетом сил вязкого трения.

Обсуждение и заключение. Интерес представляют характерные варианты частотных функций и функций демпфирования в зависимости от условий малости сил вязкого трения. Рассматриваются варианты значений величины γ_0, определяющие характерные интервалы коэффициента формы α, в которых выполняются условия малости сил вязкого трения.

1. Пусть $\gamma_0 \in (0, M_1)$. Рассматривается пример $\gamma_0 \approx 0{,}1$. В этом случае выполнены условия малости сил трения для любого коэффициента формы $\alpha \in (-\infty..\infty)$. На рис. 4 и 5 представлены частотная функция $\omega^2(\alpha)$ и функция демпфирования $\sigma(\alpha)$ для механической упруго-диссипативной системы с параметрами $b = 1$, $m_1 = 3$, $m_2 = 4$, $k = 3$.

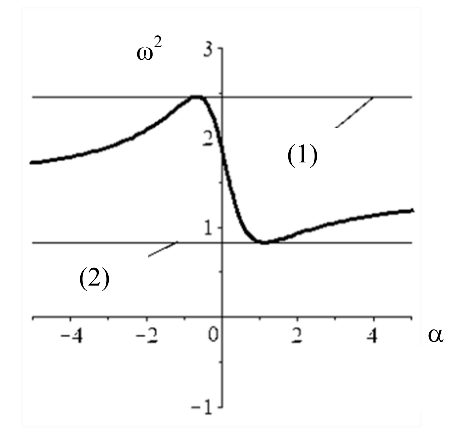


Рис. 4. Частотная функция $\omega^2(\alpha)$:
(1) и (2) — экстремальные уровни

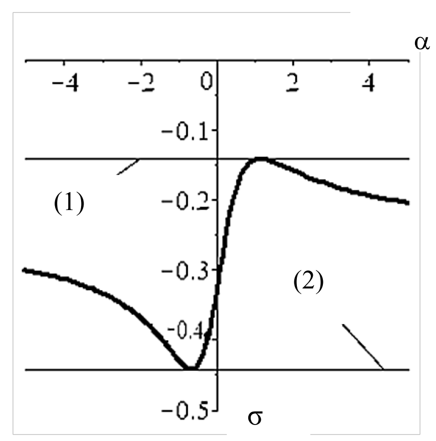


Рис. 5. Функция демпфирования $\sigma(\alpha)$:
(1) и (2) — экстремальные уровни

Корни уравнения, представляющего собой равенство нулю соответствующего определителя

$$\left|Ap^2 + Bp + C\right| = 0, \tag{39}$$

составляют $p_i = \omega_i + j\sigma_i$, $i = 1..4$, где $\omega_1 \approx 0{,}91$; $\omega_2 \approx 1{,}56$; $\omega_3 \approx -1{,}56$; $\omega_4 \approx -0{,}91$; $\sigma_1 \approx -0{,}14$; $\sigma_2 \approx -0{,}44$; $\sigma_3 \approx -0{,}44$; $\sigma_4 \approx -0{,}14$. На рис. 4 частотная функция достигает экстремальных значений, равных квадратам частот ${\omega_2}^2 \approx 2{,}46$ и ${\omega_1}^2 \approx 0{,}82$. На рис. 5 функция демпфирования достигает экстремальных значений, которые составляют $\sigma_3 \approx -0{,}44$ и $\sigma_4 \approx -0{,}14$. Свои экстремальные значения частотная функция и функция демпфирования достигают, когда коэффициенты формы составляют $\alpha_1{*} = -0{,}65$ и $\alpha_2{*} = 1{,}15$.

2. Пусть $\gamma_0 \in (M_1, \frac{m_2}{2})$. Рассматривается механическая система с параметрами $b = 4$, $\gamma_0 \approx 1{,}33$. На рис. 6 и 7 представлены соответствующие частотная функция и функция демпфирования. Множество коэффициентов форм, для которых выполняется условие малых сил трения, составляет: $(-\infty, \alpha_1) \cup (\alpha_2, \infty)$, где α_i — корни уравнения $M(\alpha) = \gamma_0$. Для параметров $b = 4$, $m_1 = 3$, $m_2 = 4$, $k = 3$ корни характеристического уравнения (39) имеют вещественные части, представляющие собой коэффициенты диссипации, $\sigma_1 \approx -0{,}57$; $\sigma_2 \approx -1{,}08$; $\sigma_3 \approx -2{,}46$; $\sigma_4 \approx -0{,}57$ и мнимые части, представляющие собой частоты, $\omega_1 \approx 0{,}73$; $\omega_2 \approx 0$; $\omega_3 \approx 0$; $\omega_4 \approx -0{,}73$. На рис. 6 на интервале $(-\infty, \alpha_1) \cup (\alpha_2, \infty)$ частотная функция имеет локальный минимум ${\omega_4}^2 \approx 0{,}53$.

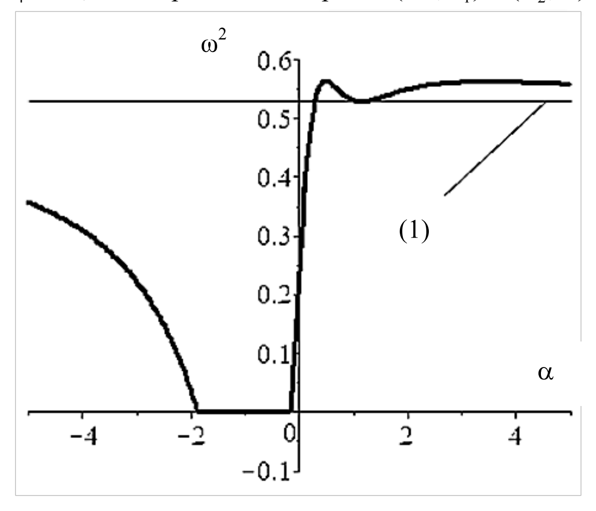


Рис. 6. Частотная функция :
(1) — экстремальный уровень в точке α_2^*

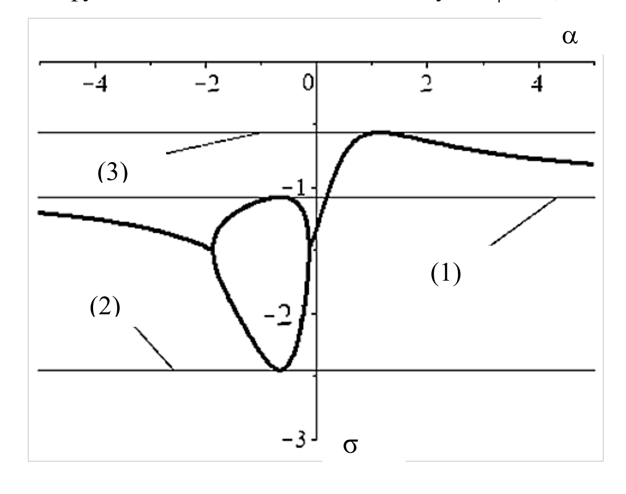


Рис. 7. Функция демпфирования : (3) –экстремальный уровень в точке α_2^*; (1), (2) — экстремальные уровни в точке α_1^* на интервале двузначности

На интервале (α_1,α_2) частотная функция равна нулю. В свою очередь, на рис. 7 функция демпфирования в интервале (α_1,α_2) двузначна и достигает одновременно двух экстремальных значений $\sigma_2 \approx -1{,}08$ и $\sigma_3 \approx -2{,}46$ в точке $\alpha_2{}^*$. В области $(-\infty,\alpha_1)\cup(\alpha_2,\infty)$ функция демпфирования однозначна и имеет один локальный экстремум $\sigma_1 \approx -0{,}57$ в точке $\alpha_2{}^*$.

3. Пусть $\gamma_0 \in (\frac{m_2}{2}, M_2)$. Рассматривается механическая система с параметрами $b=6$; $m_1=3$; $m_2=4$; $k=3$. Корни характеристического уравнения (39) имеют вещественные $\sigma_1 \approx -0{,}85$; $\sigma_2 \approx -0{,}56$; $\sigma_3 \approx -4{,}74$; $\sigma_4 \approx -0{,}85$ и мнимые части $\omega_1 \approx 0{,}36$; $\omega_2 \approx 0$; $\omega_3 \approx 0$; $\omega_4 \approx -0{,}36$. Условия малости сил трения выполняются на интервале (α_1,α_2), где $\alpha_1 \approx 0{,}63$; $\alpha_2 \approx 2{,}37$. На рис. 8 соответствующая частотная функция положительна только на интервале (α_1,α_2). Локальный экстремум частотной функции равен ${\omega_4}^2 \approx 0{,}13$. Вне интервала (α_1,α_2) частотная функция равна нулю.

Функция демпфирования на рис. 9 в интервале $(-\infty,\alpha_1)$ двузначна и достигает одновременно двух экстремальных значений в точке $\alpha_1{}^*$, которые составляют $\sigma_3 \approx -4{,}74$ и $\sigma_2 \approx -0{,}56$. В интервале (α_2,∞) функция демпфирования также двузначна. В интервале (α_1,α_2) функция демпфирования однозначна и имеет один локальный экстремум $\sigma_1 \approx -0{,}85$ в точке $\alpha_2{}^*$.

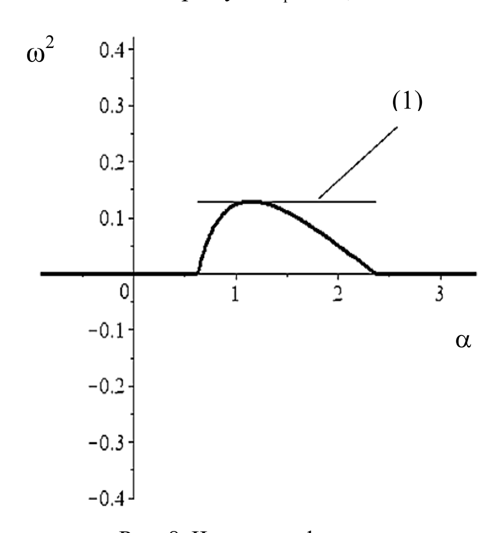


Рис. 8. Частотная функция:
(1) — экстремальный уровень в точке α_2^*

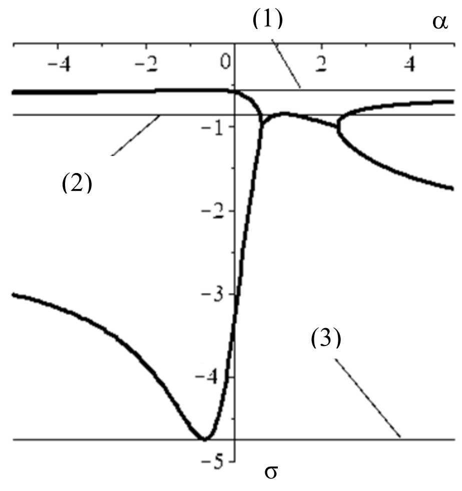


Рис. 9. Функция демпфирования: (1), (3) — экстремальные уровни в точке α_1^* на интервале двузначности,
(2) — экстремальный уровень в точке α_2^*

4. Пусть $\gamma_0 \in (M_2, \infty)$. Для параметров $b=6{,}52$; $m_1=3$; $m_2=4$; $k=3$ характеристическое уравнение (39) имеет только вещественные корни $\sigma_1 \approx -0{,}50$; $\sigma_2 \approx -0{,}88$; $\sigma_3 \approx -0{,}96$; $\sigma_4 \approx -5{,}26$. Соответствующая частотная функция и функция демпфирования представлены на рис. 10 и 11. Интервал выполнения условий малости сил трения вырождается в пустое множество.

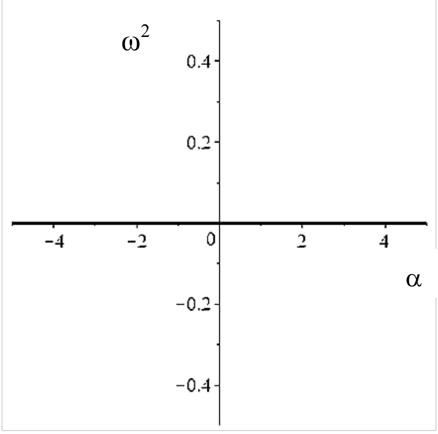


Рис. 10. Частотная функция:
вырожденный случай

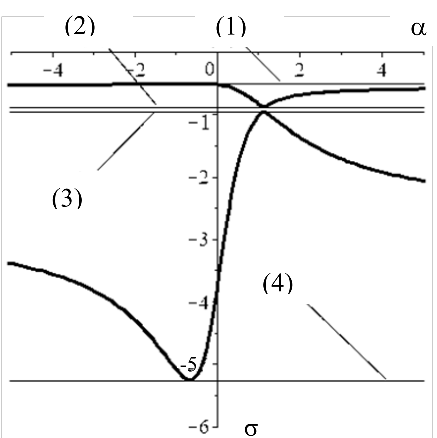


Рис. 11. Функция демпфирования, образованная двумя ветвями: и
(1), (2) — экстремальные уровни «верхней» ветви в точках α_1^* и α_2^*;
(3), (4) — экстремальные уровни «нижней» ветви в точках α_1^* и α_2^*

На рис. 10 частотная функция равна нулю на всей числовой оси. На рис. 11 соответствующая функция демпфирования двузначна на всей числовой оси и имеет 4 локальных экстремума $\sigma_1 \approx -0{,}50$; $\sigma_2 \approx -0{,}88$; $\sigma_3 \approx -0{,}96$; $\sigma_4 \approx -5{,}26$ в точках α_1^* и α_2^*

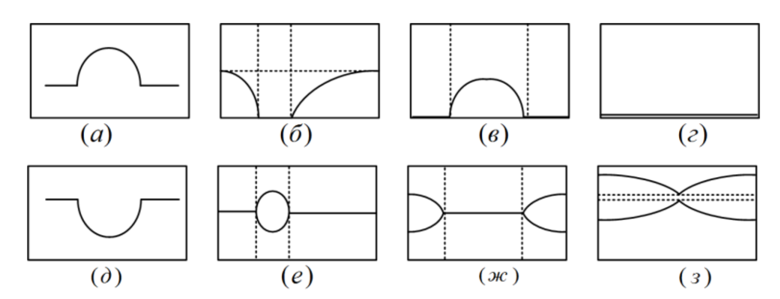


Рис. 12. Пиктограммы топологических особенностей графиков частотной функции и функции демпфирования: (*а*)-(*г*) — пиктограммы, сопоставленные графикам частотных функций, представленных на рис. 4, 6, 8, 10 соответственно; (*д*)-(*з*)— пиктограммы, сопоставленные функциям демпфирования на рис. 5, 7, 9, 11 соответственно

Представленные на рис. 12 пиктограммы, сопоставленные графикам функций на рис. 4–11, отражают ряд топологических особенностей графиков частотной функции и функции демпфирования. К таким особенностям можно отнести форму графика в виде одной кривой, наличие на графике точек раздваивания одной кривой на две, наличие двух непересекающихся кривых или «кольца».

Таким образом, достигаемые экстремальные значения частотной функции и функции демпфирования связаны с динамическими характеристиками механической колебательной системы с учетом сил трения. В частности, экстремальные значения построенных частотной функции и функции демпфирования связаны с собственными частотами и диссипативными коэффициентами затухающих колебаний. При этом вопрос существования экстремальных значений частотной функции и функции демпфирования, не совпадающих с квадратами частот собственных колебаний, требует дополнительного рассмотрения. Вместе с тем, можно предположить, что формы частотных функций и функций демпфирования, обуславливающие формы свободных движений механических колебательных систем с трением, представляют интерес для оценки более широкого круга динамических свойств.

В плане практической реализации возможного управления колебательными режимами механических систем на основе коэффициента связности не существует принципиальных препятствий. К примеру, возможные системы управления динамическим состоянием могут включать датчики амплитуд колебания в контрольных точках вибрационной технологической машины или транспортного средства. Вместе с тем, вопросы построения подобных систем требуют детального рассмотрения широкого круга особенностей, связанных с техническим объектом.

В заключение в качестве выводов представленных исследований можно отметить следующие моменты.

1. Для механической колебательной системы с учетом сил вязкого трения разработан метод построения частотной функции и функции демпфирования, зависящих от коэффициента форм связности координат свободных движений. Показано, что совокупность экстремальных значений частотной функции и функции демпфирования отображает собственные характеристики упруго-диссипативной механической колебательной системы.

2. Показано, что частотная функция и функции демпфирования для механической колебательной с двумя степенями системы с учетом вязкого трения может быть представлена в двух вариантах, определяемых условиями на величину сил вязкого трения для фиксированного коэффициента форм связности; для условий малых сил вязкого трения значения частотной функции принимают положительные значения, а функция демпфирования имеет одну отрицательную компоненту; если выполнены условия больших сил вязкого трения, то частотная функция принимает нулевые значения, а функция демпфирования имеет две отрицательные компоненты.

4. Предложен метод построения возможных вариантов частотных функций и функций демпфирования для различных значений параметров системы на основе параметризующей функции, позволяющей определить области значений коэффициента форм связности, в которых выполняется условие малости сил вязкого трения. Предложен критерий классификации частотных функций и функций демпфирования в зависимости от топологических особенностей их графиков.

5. Матричный метод построения частотно-демпирующей функции для системы двумя степенями свободы может быть распространен на механические колебательные системы, рассматриваемые в различных системах координат.

6. В качестве физической интерпретации коэффициента связности, используемого в частотной функции и функции демпфирования, может рассматриваться рычажная связь в форме передаточного отношения, выраженного через отношения амплитуд колебаний координат парциальных блоков. Рассматриваемое отношение, наравне со статическим состоянием, может быть определено для режимов установившихся и затухающих колебаний. Таким образом, развивается концепция, в рамках которой отправной точкой анализа механической системы является рычажная связь.

Библиографический список

1. Clarence W. de Silva. Vibration: Fundamentals and Practice / Clarence W. de Silva // Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. — 957 p.

2. Iwnicki, S. Handbook of railway vehicle dynamics / S. Iwnicki // Boca Raton: CRC Press, 2006. — 552 p. DOI: 10.1201/9781420004892

3. Banakh, L. Vibrations of Mechanical Systems with Regular Structure / L. Banakh, M. Kempner // Berlin; Heidelberg: Springer, 2010. — 262 p. DOI: 10.1007/978-3-642-03126-7

4. Karnovsky, I.A. Theory of Vibration Protection / I.A. Karnovsky, E. Lebed // Switzerland: Springer International Publishing, 2016. — 708 p.

5. Eliseev, S.V. Theory of Oscillations: Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects / S.V. Eliseev, A.V. Eliseev // Springer International Publishing, Cham, 2020. — 521 p.

6. Eliseev, S. V. Dynamics of mechanical systems with additional ties / S.V. Eliseev, A.V. Lukyanov, Yu. N. Reznik [et al.] // Irkutsk: Irkutsk State University, 2006. — 316 p.

7. Rocard, Y. General Dynamics of Vibrations / Y. Rocard // Paris: Masson, 1949. — 458 p.

8. Елисеев, А. В. Динамика машин. Системные представления, структурные схемы и связи элементов: монография / А. В. Елисеев, Н. К. Кузнецов, А. О. Московских. — Москва : Инновационное машиностроение, 2019. — 381 с.

9. Елисеев, С. В. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем / С. В. Елисеев, А. И. Артюнин. — Наука : Новосибирск, 2016. — 459 с.

10. Стретт, Дж. В. Теория звука / Дж. В. Стретт. — Москва : ГИТТЛ, 1955. — Т. 1. — 503 с.

11. Елисеев, С. В. Прикладной системный анализ и структурное математическое моделирование (динамика транспортных и технологических машин: связность движений, вибрационные взаимодействия, рычажные связи): монография / С. В. Елисеев; отв. ред. А. И. Артюнин. — Иркутск : ИрГУПС, 2018. — 692 с.

12. Хоменко, А. П. Развитие энергетического метода определения частот свободных колебаний механических систем / А. П. Хоменко, С. В. Елисеев // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — 2016. — № 1 (49). — С. 8–19.

13. Елисеев, С. В. О возможностях использования дополнительных связей инерционного типа в задачах динамики технических систем / С. В. Елисеев, Н. К. Кузнецов, Р. С. Большаков, Д. Х. Нгуен // Вестник Иркутского государственного технического университета. — 2016. — № 5 (112). — С. 19–36.

14. Определение частот собственных колебаний механических колебательных систем : особенности использования частотной энергетической функции. Часть I. / С. В. Елисеев, Р. С. Большаков, Д. Х. Нгуен, К. Ч. Выонг // Вестник Иркутского государственного технического университета. — 2016. — № 6 (113). — С. 26–33.

15. Определение частот собственных колебаний механических колебательных систем: особенности использования частотной энергетической функции. Часть II / С. В. Елисеев, Р. С. Большаков, Д. Х. Нгуен, К. Ч. Выонг // Вестник Иркутского государственного технического университета. — 2016. — № 7 (114). — С. 10–23.

Сдана в редакцию 06.11.2020
Запланирована в номер 19.11.2020

Об авторах:

Елисеев Андрей Владимирович, доцент кафедры «Математика» ФГБОУ ВО Иркутский государственный университет путей сообщения (664074, РФ, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15), кандидат технических наук, доцент, ResearcherID: N-9357-2016, ScopusID: 57191957568, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0222-2507, eavsh@ya.ru

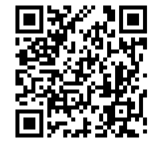
Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 539.3 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-370-381

Бесконечная пластина, нагруженная нормальной силой, движущейся по сложной траектории



А. В. Галабурдин
ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Введение. Рассматривается метод решения задачи о бесконечной пластине, лежащей на упругом основании и периодически нагруженной силой, которая перемещается по произвольной замкнутой траектории и произвольному закону.
Материалы и методы. Рассмотрен оригинальный метод решения задач теории упругости для пластин, нагруженных силой, движущейся произвольно по замкнутой траектории произвольной формы. Исследуется задача о бесконечной пластине, лежащей на упругом основании. Пластина нагружена нормальной силой, движущейся с переменной скоростью. Нагрузка раскладывается в ряд Фурье на временном отрезке, длина которого равна времени ее прохождения по траектории. Решение указанной задачи реализуется посредством суперпозиции решений задач, соответствующих нагрузке, задаваемой слагаемыми указанного ряда Фурье. Окончательное решение задачи представляется в виде отрезка ряда Фурье, каждое слагаемое которого соответствует решению задачи о действии на бесконечную пластину нагрузки, распределенной по замкнутой траектории движения силы. Для построения этих решений используется фундаментальное решение уравнения колебания бесконечной пластины, лежащей на упругом основании.
Результаты исследования. Представлено решение задачи о бесконечной плоскости, по которой с переменной скоростью движется сосредоточенная сила. В качестве траектории рассматривалась гладкая замкнутая кривая, состоящая из дуг окружностей. Исследуется характер поведения перемещений и напряжений вблизи движущейся силы, а также изучается процесс распространения энергии упругих волн. Для этой цели рассматривается изменение вектора Умова-Пойтинга.
Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть использованы в расчетах при проектировании дорог. Исследование распространения энергии упругих волн от движущихся транспортных средств позволит оценить воздействие указанных волн на расположенные вблизи дороги строения. Анализ характера изменения перемещений и напряжений вблизи движущейся силы позволит оценить износ дорожного покрытия.

Ключевые слова: бесконечная пластина, движущаяся нагрузка, произвольная замкнутая траектория, переменная скорость, энергия упругих волн.

Для цитирования: Галабурдин, А. В. Бесконечная пластина, нагруженная нормальной силой, движущейся по сложной траектории / А. В. Галабурдин // Advanced Engineering Research. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 370–381. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-370-381



Infinite plate loaded with normal force moving along a complex path

A. V. Galaburdin
Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

Introduction. A technique of solving the problem on an infinite plate lying on an elastic base and periodically loaded with a force that moves along an arbitrary closed trajectory and according to an arbitrary law, is considered.
Materials and Methods. An original method for solving problems on the elasticity theory for plates loaded with a force moving arbitrarily along a closed trajectory of arbitrary shape is considered. The problem on an infinite plate lying on an elastic foundation is investigated. The plate is loaded with a normal force moving at a variable speed. The load is decomposed into a Fourier series on a time interval whose length is equal to the time of its passage along the trajectory.

The solution to this problem is realized through a superposition of solutions to the problems corresponding to the load defined by the summands of the specified Fourier series. The final problem solution is presented in the form of a segment of the Fourier series, each summand of which corresponds to the solution to the problem on the action on an infinite plate of the load distributed along a closed trajectory of the force motion. The fundamental solution to the vibration equation of an infinite plate lying on an elastic foundation is used to construct these solutions.
Results. A solution to the problem of an infinite plane, along which a concentrated force moves at a variable speed, is presented. A smooth closed curve consisting of arcs of circles was considered as a trajectory. The behavior of displacements and stresses near the moving force is investigated; and the process of the elastic wave energy propagation is also studied. For this purpose, a change in the Umov-Poynting vector is considered.
Discussion and Conclusions. The results obtained can be used in calculations for road design. The study of the propagation of the energy of elastic waves from moving vehicles will provide the assessment of the impact of these waves on buildings located near the road. Analysis of the behavior of displacements and stresses near the moving force will allow assessing the wear of the road surface.

Keywords: infinite plate, moving load, arbitrary closed trajectory, variable speed, elastic wave energy.

For citation: A. V. Galaburdin. Infinite plate loaded with normal force moving along a complex path. Advanced Engineering Research, 2020, vol. 20, no. 4, pp. 370–381. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-370-381

Введение. Во многих областях науки и техники возникают задачи, связанные с распространением упругих волн. Целью данного исследования является изучение закономерностей распространения упругих волн, возникающих под действием подвижной нагрузки. Проблемы подобного рода ранее исследовались различными авторами в ряде работ, где рассматривались разнообразные постановки задач с подвижной нагрузкой и предлагались различные методы их решения.

Часто при решении подобных задач для того, чтобы исключить время из числа независимых переменных, вводится подвижная система координат [1–5] или рассматривается квазистатическая постановка задачи [6–12]. В ряде работ используется метод конечных элементов [11–13]. Интересные результаты позволяет получить использование вариационных [14–16] или прямых методов [17–19]. Методы, основанные на применении фундаментальных решений соответствующих дифференциальных уравнений, использовались в работах [20–22] при решении задач теории упругости о силе, движущейся с постоянной скоростью.

Постановка задачи. Рассмотрим дифференциальное уравнение, описывающее колебание бесконечной пластины, лежащей на упругом основании под действием вертикальной силы P:

$$\Delta^2 U + c^{-2}\partial_t^2 U + kU = \frac{P}{D}, \tag{1}$$

где U — прогиб пластины; $D = \frac{Ed^3}{12(1-\mu^2)}$; E — модуль Юнга; μ — коэффициент Пуассона; d — толщина пластины; $c^{-2} = \frac{\rho d}{D}$; ρ — плотность материала пластины; $k = \frac{K}{D}$; K — коэффициент жесткости упругого основания.

Будем рассматривать решение, для которого поток энергии направлен от источников возбуждения упругих волн в бесконечность и считаем, что сила P перемещается по замкнутой траектории γ произвольным образом. Кроме того будем полагать, что $P = P(s(t))$, где s — дуговая координата, отсчитываемая от некоторой фиксированной точки кривой γ. Очевидно, что $P = P(s(t))$ будет функцией периодической по t с периодом T, если $s(t)$ также будет функцией периодической по t с периодом T.

Материалы и методы. Рассмотрим фундаментальное решение уравнения (1). Его можно получить из выражения:

$$\Delta^2 W + c^{-2}\partial_t^2 W + kW = \frac{1}{D}\delta(x-x_o)\delta(y-y_o)\delta_T(t-\tau), \tag{2}$$

где $\delta_T(t-\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-\tau-nT)$.

Решение уравнения (2) можно получить традиционными методами, применяя принцип предельного поглощения, и представить в виде ряда:

$$W(x, x_0, y, y_0, t-\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w_k(x, x_0, y, y_0, \omega_k)e^{-i\omega_k(t-\tau)}, \tag{3}$$

где $w_k(x, x_0, y, y_0, \omega_k)$ удовлетворяет уравнению:

$$\Delta^2 w_k - c^{-2}\omega_k^2 w_k + k w_k = \frac{1}{D}\delta(x-x_o)\delta(y-y_o)e^{i\omega_k\tau}.$$

Известно, что решение уравнения (1) можно представить в виде:

$$U(x,y,t) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\iint_{R^2} W(x,x_o,y,y_o,t-\tau)P(x_o,y_o,\tau)dx_o dy_o d\tau.$$

Если подвижная сила представляет собой единичную сосредоточенную силу, которая описывается функцией:

$$P(s(t)) = \delta(x - x_1(s(t)))\delta(y - y_1(s(t))),$$

то решение в этом случае будет иметь вид:

$$U(x,y,t) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} W(x, x_1(s(\tau)), y, y_1(s(\tau)), t-\tau)d\tau. \quad (4)$$

Определив $U(x,y,t)$, можно вычислить перемещения и напряжения в любой точке пластины.

Если выражение $\omega_k = \frac{2k\pi}{T}$ достаточно велико, то приходиться вычислять интегралы от быстро осциллирующих функций (3). Для этого использовалась квадратурная формула [23, 24]:

$$\int_a^b e^{i\omega x} f(x)dx \approx \int_a^b e^{i\omega x} S(x)dx \approx -\frac{1}{\omega^4}\sum_{j=1}^{N-1}\frac{e^{i\omega x_{j+1}} - e^{i\omega x_j}}{h_j}\left(M_{j+1} - M_j\right),$$

где h_j — длины элементарных отрезков, на которые разбивается интервал $[a; b]$; $S(x)$ — аппроксимация $f(x)$ кубическим сплайном $M_j = S''(x_j)$.

Результаты исследования. Расчеты проводились для бесконечной пластины, нагруженной нормальной силой, которая двигалась по замкнутой кривой (рис. 1).

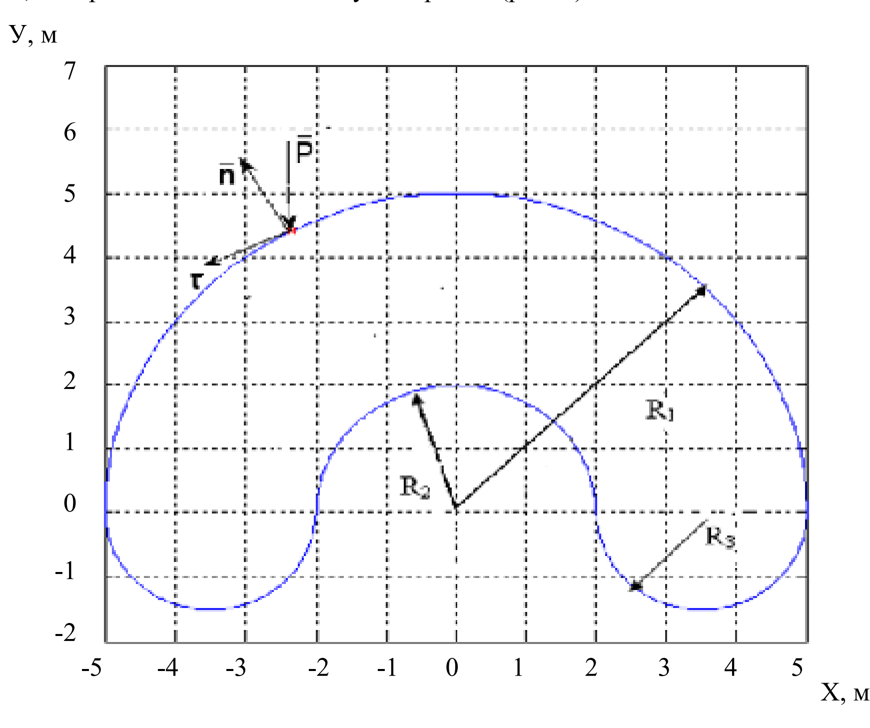


Рис. 1. Траектория движения сосредоточенной силы

При проведении вычислений полагалось, что толщина пластины $d = 0{,}25$ м, параметр $c = 221$ м/с, модуль Юнга материала пластины $E = 232469$ Н/м^2, коэффициент Пуассона $\mu = 0{,}36$, коэффициент податливости упругого основания K=1,864 м$^{-4}$. Радиусы, определяющие форму траектории движения силы, принимались равными: $R_1 = 5$ м, $R_2 = 3$ м, $R_3 = 1$ м. В формуле (3) удерживалось 120 членов ряда Фурье, а при вычислении интеграла (4) интервал интегрирования разбивался на 120 равных подинтервалов.

Закон движения силы по траектории описывался функцией:

$$s(t) = \frac{L\cdot\sin(\alpha(t - T/2))}{2\sin(\alpha T/2)} + \frac{L}{2}, \text{ где } \alpha = \frac{\pi}{T},\ t \in [0:T].$$

Рассматривался момент времени $t = \frac{T}{2}$, в который движущаяся сила находилась в одной и той же точке траектории при любом *T*. При изменении параметра *T* меняется скоростной режим передвижения сосредоточенной силы по траектории.

Для анализа напряженно-деформированного состояния пластины вычислялись перемещения и напряжения в прямоугольной системе координат, связанной с движущейся сосредоточенной силой. При этом ось τ данной системы направлялась по касательной к траектории $\bar{\tau}$, а ось *n* совпадала по направлению с внешней нормалью к области, ограниченной траекторией $\bar{n}$ (рис. 1).

В данной системе координат вектор перемещений и тензор напряжений могут быть представлены в виде:

$$\bar{U} = Ut \cdot \bar{\tau} + Un \cdot \bar{n} + W \cdot \bar{k},$$

$$\bar{\bar{S}} = St \cdot \bar{\tau}\bar{\tau} + Sn \cdot \bar{n}\bar{n} + Stn \cdot \left(\bar{\tau}\bar{n} + \bar{n}\bar{\tau}\right),$$

где $\bar{k}$ — нормаль к пластине.

На рис. 2 представлено изменение по оси τ компонент вектора перемещений Wt, Utt, Unt, тензора напряжений $Stt, Snt, Stnt$ (второй и третий графики) и изменение тех же величин вдоль оси *n* — Wn, Utn, Unn и $Stn, Snn, Stnn$ (первый и четвертый графики) при $z = h/2$, скорости движения силы *v* = 49,3480 м/с, ускорении движения по траектории $w_t = 0$ м/с^2 и нормальном ускорении $w_n = v^2/R_1 = 487{,}045$ м/с^2 (положение силы на траектории отмечено красной точкой на рис. 1).

Из представленных графиков видно, что значения перемещений *Wn* и *Wt* значительно превосходят значения перемещений в плоскости пластины. То же можно сказать и о нормальных напряжениях, по сравнению с касательными.

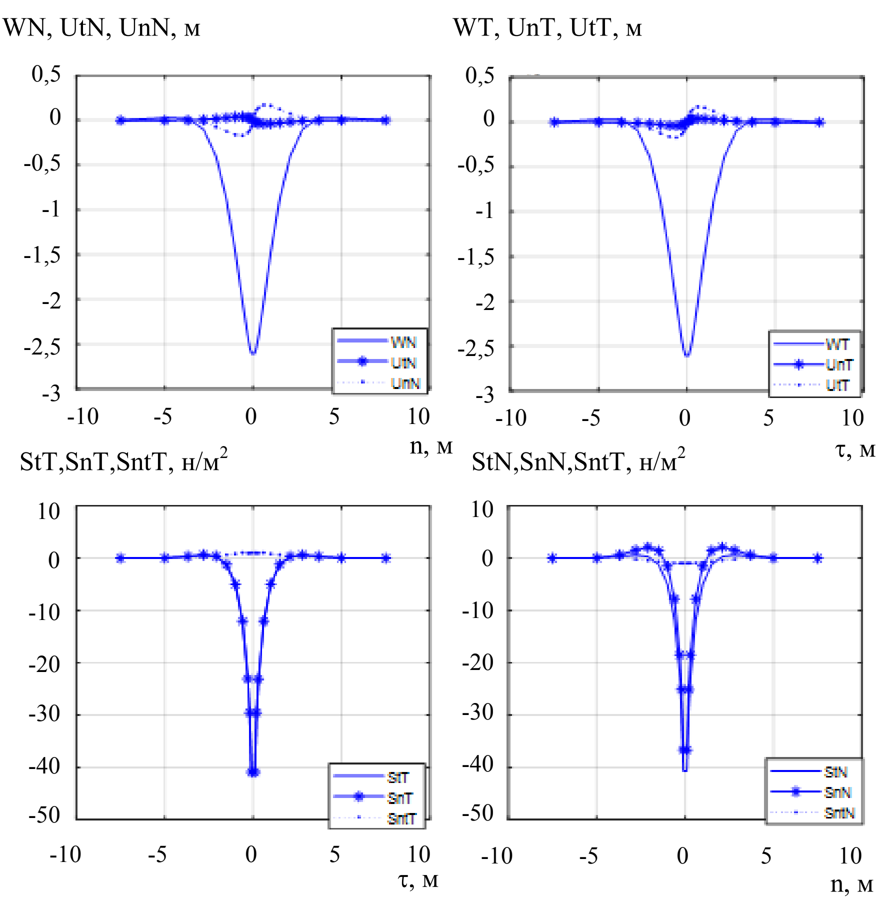


Рис. 2. Изменение перемещений и напряжений (*v* = 49,3480 м/с)

При исследовании распространения энергии упругих волн вычислялся вектор плотности потока энергии:

$$\dot{P} = -(s_{11}\dot{u}_1 + s_{12}\dot{u}_2)\dot{i} - (s_{12}\dot{u}_1 + s_{22}\dot{u}_2)\dot{j},$$

где s_{ij} — компоненты тензора напряжений; $\dot{u}_i$ — производная по времени координат вектора перемещений.

На рис. 3 представлено распространение энергии упругих волн вблизи сосредоточенной силы, положение которой на траектории обозначено красной точкой. Длина изображенного вектора соответствует количеству энергии, проходящей через данную точку пространства в единицу времени, а направление вектора указывает направление переноса энергии.

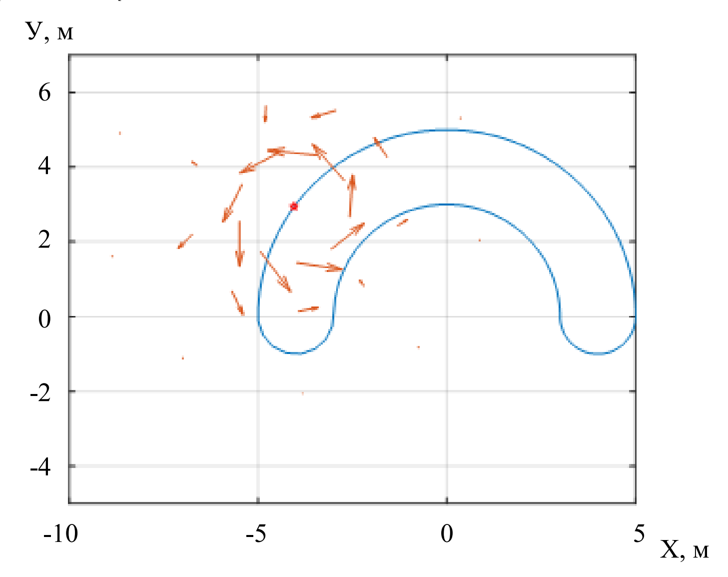


Рис. 3. Вектор плотности потока энергии (v = 49,3480 м/с)

Расчеты показали, что при увеличении скорости движения силы характер изменения перемещений и напряжений, а также характер распространения энергии упругих волн несколько изменяется. На рис. 4, 5 представлены результаты расчетов для скорости v = 246,7401 м/с, которая превосходит скорость распространения упругих волн в пластине — с = 221 м/с. Влияние скорости движения сосредоточенной силы на характер распределения вертикальных перемещений W представлено на рис. 6, 7.

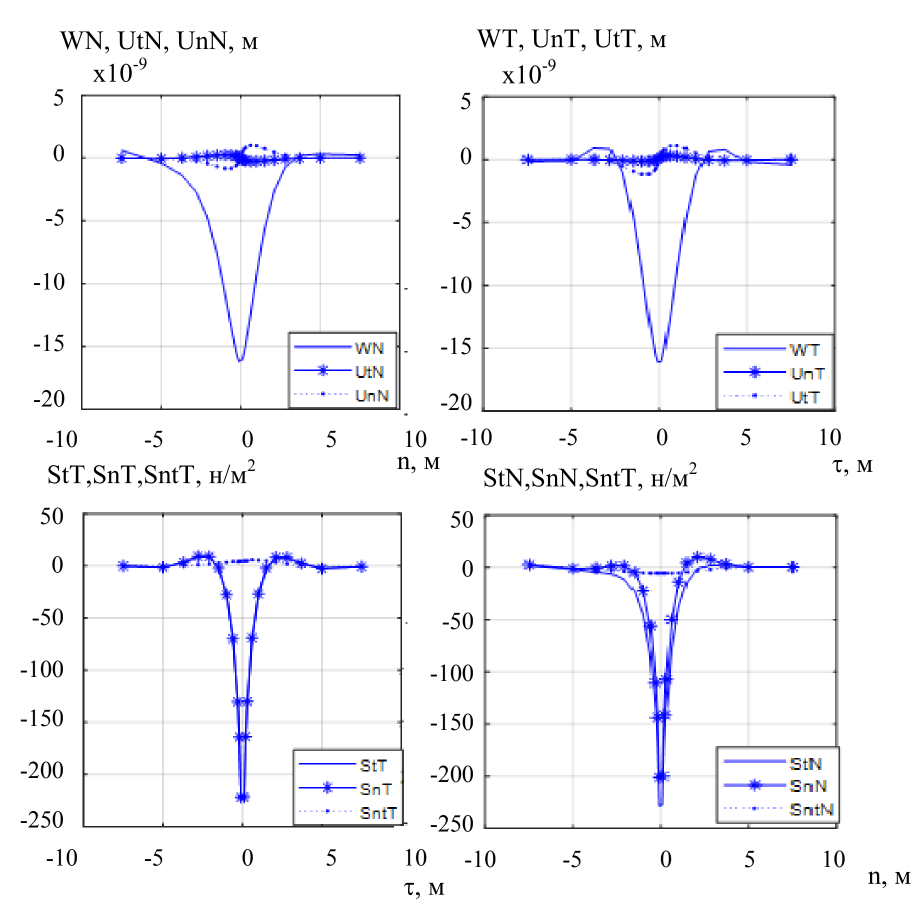


Рис. 4. Изменение перемещений и напряжений (v = 246,7401 м/с)

У, м

6

4

2

0

-2

-4

-10 -5 0 5 Х, м

Рис. 5. Вектор плотности потока энергии (v = 246,7401 м/с)

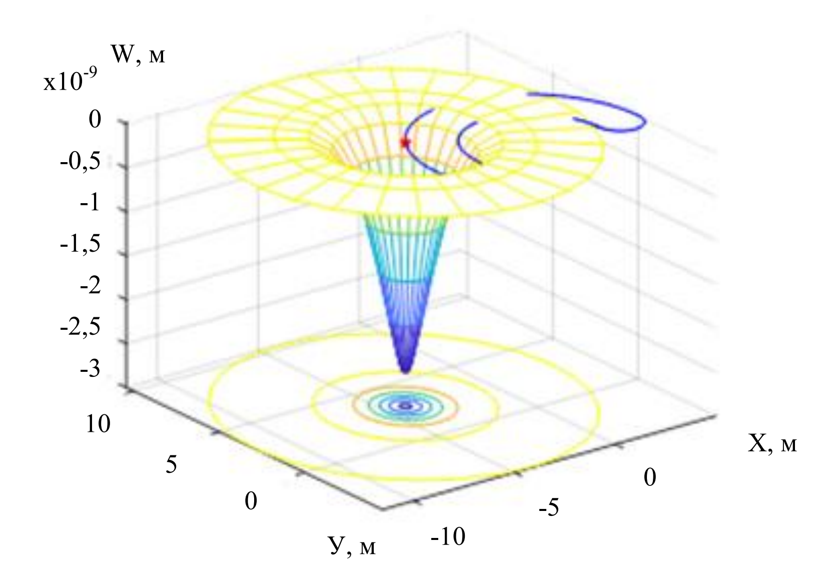


Рис. 6. Изменение вертикальных перемещений при скорости v = 49,3480 м/с

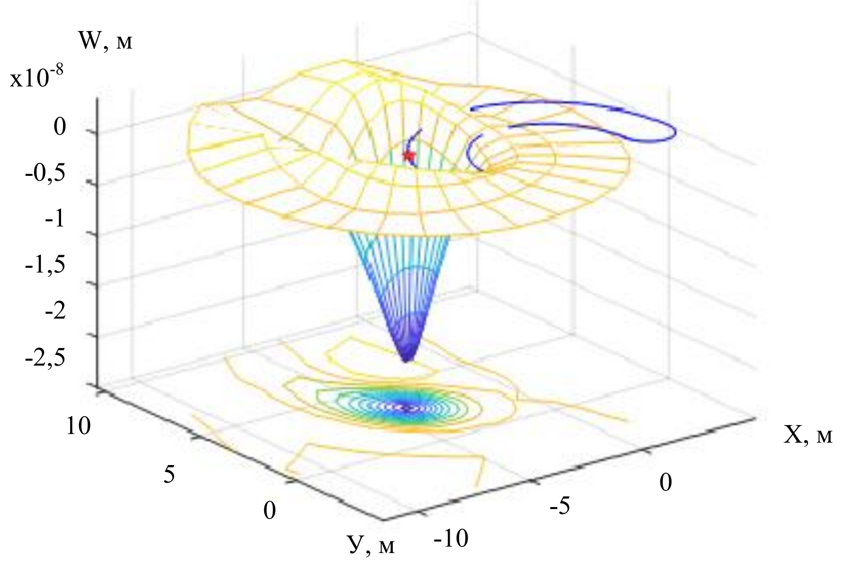


Рис. 7. Изменение вертикальных перемещений при скорости v = 493,480 м/с

На рис. 8, 9 представлены графики изменения максимальных значений перемещений и напряжений в зависимости от скорости движения сосредоточенной силы. Положение силы на траектории в рассматриваемый момент времени отмечено точкой на рис. 3 и 5.

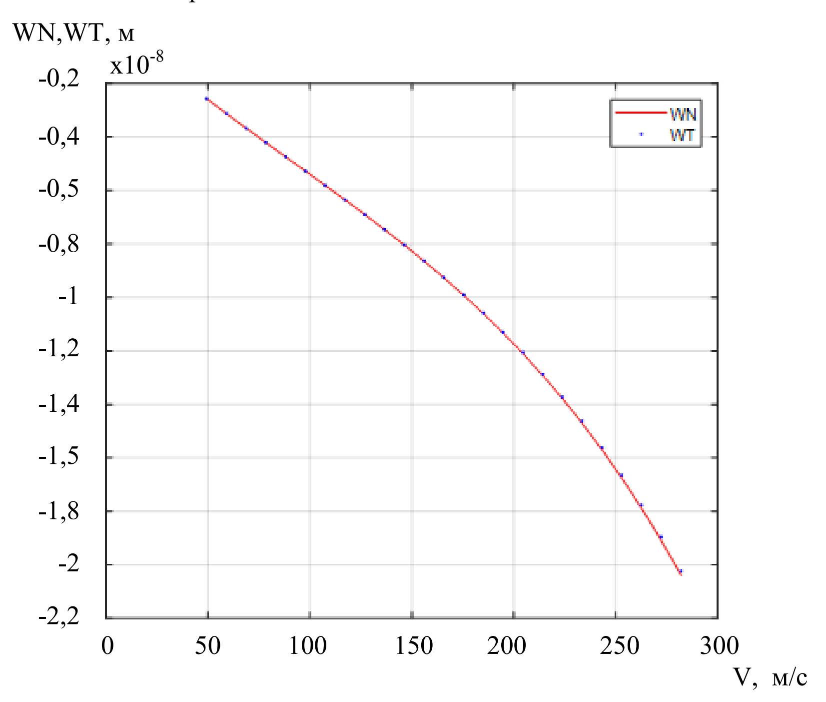


Рис. 8. Изменение максимальных перемещений в зависимости от скорости движения сосредоточенной силы

StT,SnT,StN,SnN, н/м²

0, -50, -100, -150, -200, -250, -300

0, 50, 100, 150, 200, 250, 300 V, м/с

StT, SnT, StN, SnN

Рис. 9. Изменение максимальных напряжений в зависимости от скорости движения сосредоточенной силы

На рис. 10 представлено распространение энергии упругих волн около движущейся сосредоточенной силы. Касательное ускорение движущейся силы в этот момент равнялось $w_t = 1{,}5503$ м/с^2. Расчеты проведены для момента времени $t = T$ при том же, что и в предыдущем случае, законе движения силы вдоль траектории, следовательно при том же законе изменения скорости и ускорения движения силы. В этот момент времени сила находилась в точке траектории, указанной на рис. 10, а ее скорость равнялась нулю. На рис. 11 изображено изменение по оси t компонент вектора перемещений Wt, Utt, Unt и тензора напряжений $Stt, Snt, Stnt$.

Увеличение ускорения движения силы также приводило к изменению перемещений и напряжений и влияло на характер распространения энергии упругих волн. На рис. 12, 13 представлены результаты расчетов для случая $w_t = -155{,}0314$ м/с^2.

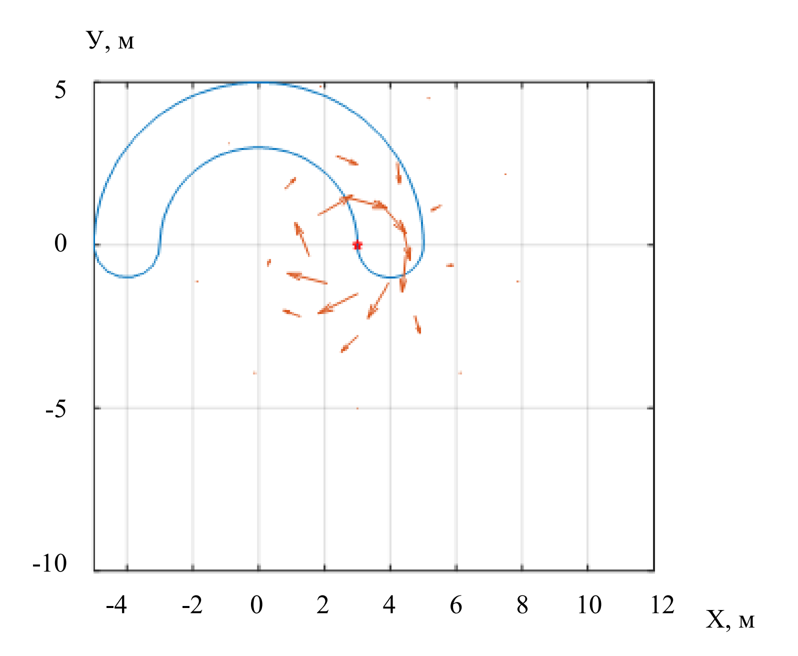


Рис. 10. Вектор плотности потока энергии (w_t = 1,5503 м/с^2)

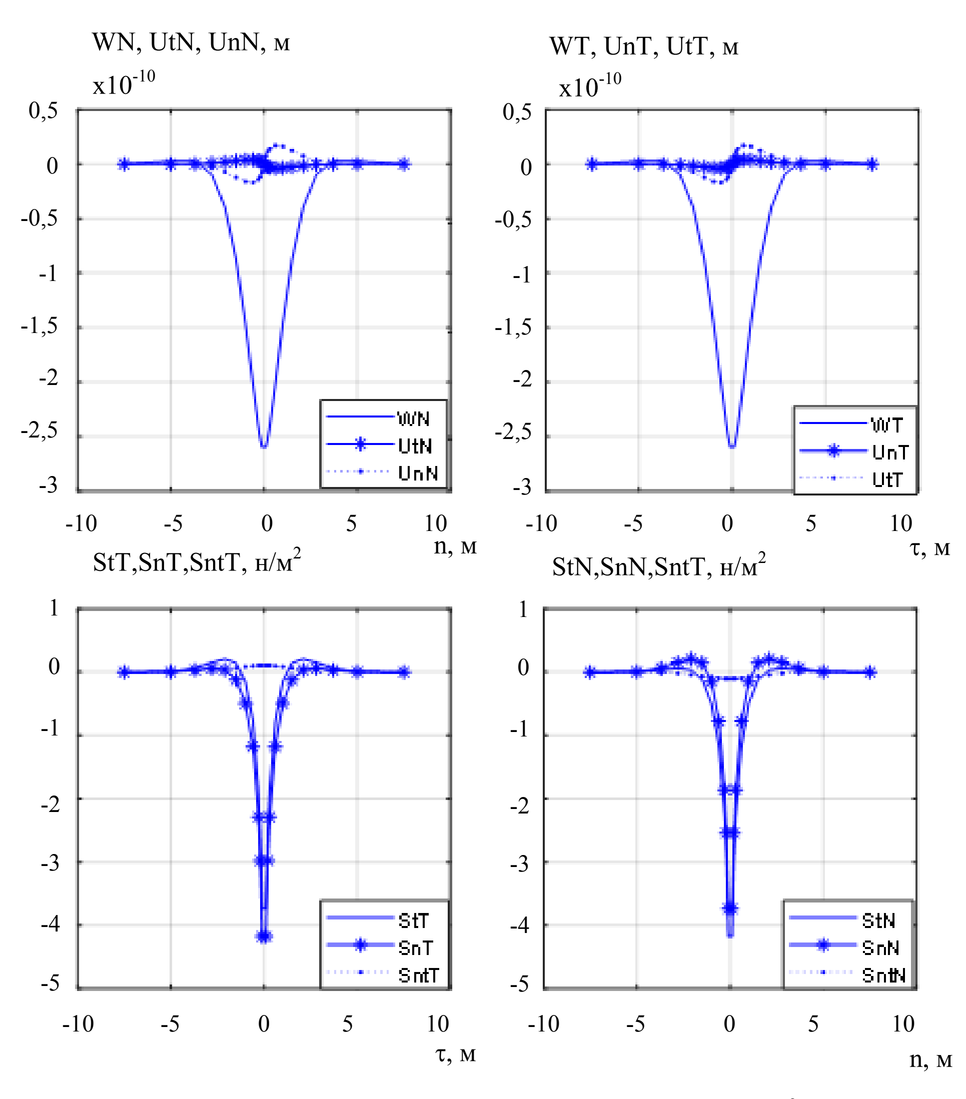


Рис. 11. Изменение перемещений и напряжений (w_t =1,5503 м/с^2)

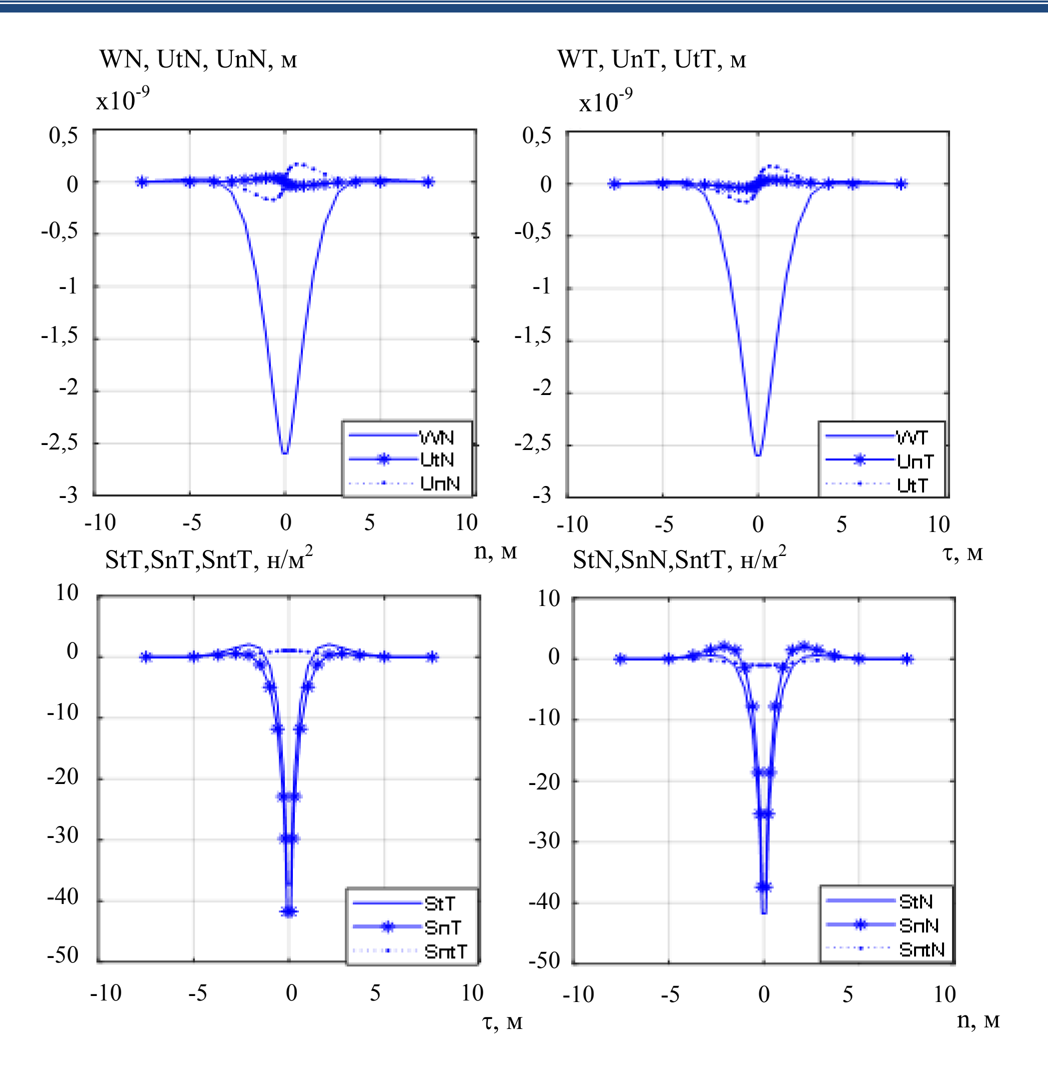


Рис. 12. Изменение перемещений и напряжений (w_t = 155,0314 м/с^2)

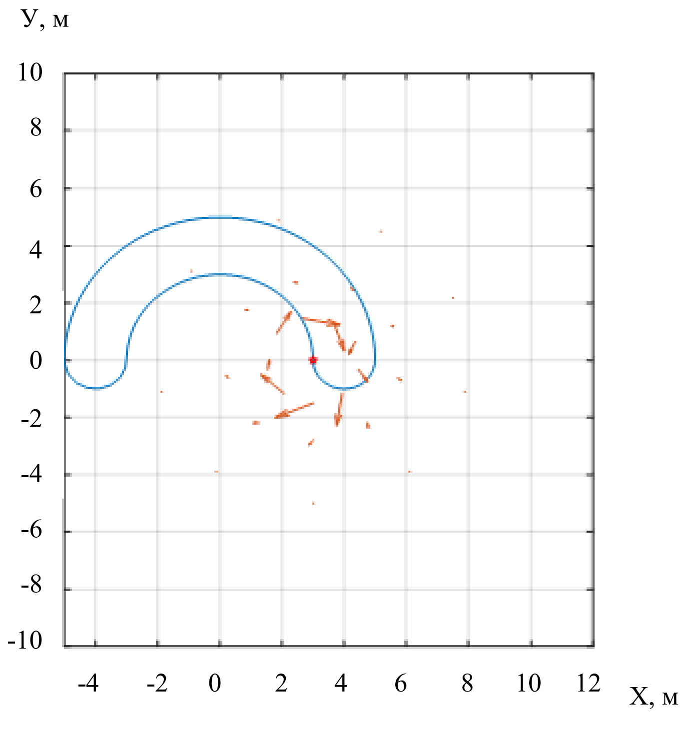


Рис. 13. Вектор плотности потока энергии (w_t = 155,0314 м/с^2)

На рис. 14, 15 представлены графики изменения максимальных значений перемещений и напряжений в зависимости от касательного ускорения движения сосредоточенной силы.

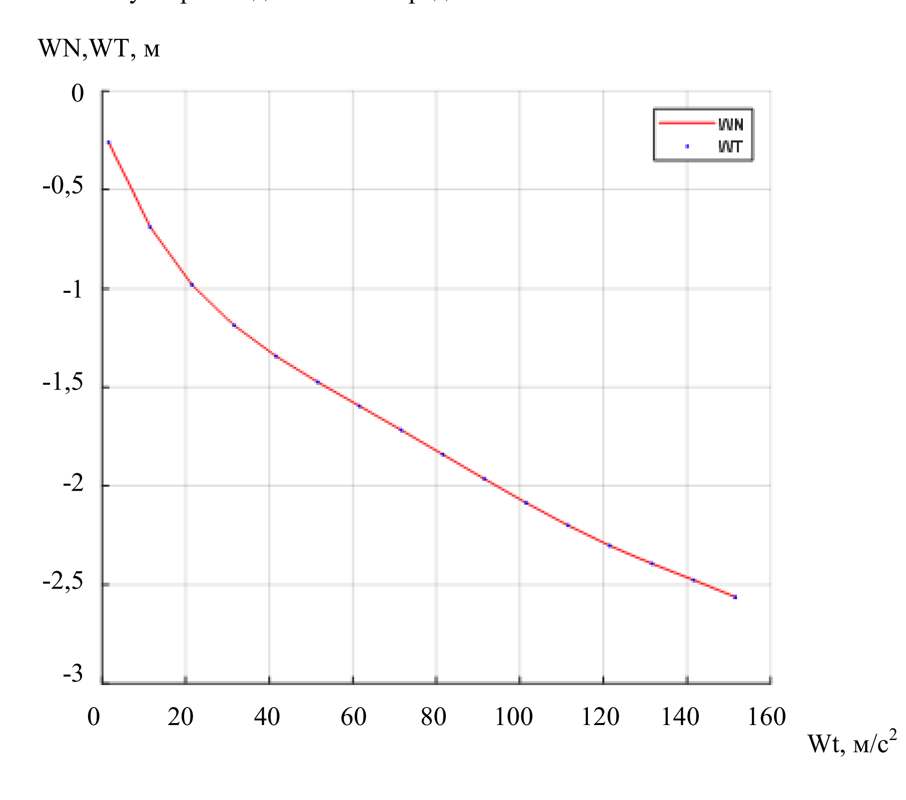


Рис. 14. Изменение максимальных значений перемещений в зависимости от касательного ускорения

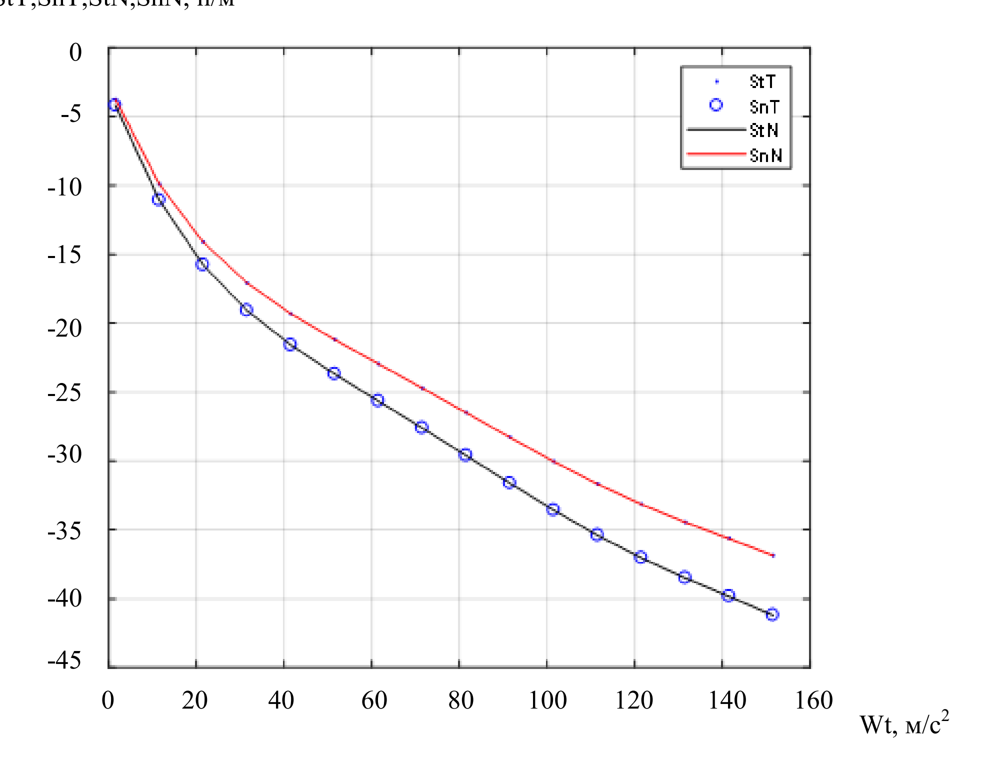


Рис. 15. Изменение максимальных значений напряжений в зависимости от касательного ускорения

Обсуждение и заключения. Имеет место выраженная зависимость полей перемещений и напряжений от скорости и ускорения движения силы при рассмотренных выше пределах изменения этих параметров. Заметно зависит от скорости и ускорения также и характер распространения энергии упругих волн.

Были специально рассмотрены достаточно большие значения скорости и ускорения движения силы для того, чтобы проверить предложенный метод в подобных условиях. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что метод достаточно устойчив в широких диапазонах варьируемых параметров.

Применение предложенного метода вполне допустимо при решении и более сложных задач. Для этого необходимо, чтобы описывающие их дифференциальные уравнения допускали аналитическое построение фундаментального решения. Данный метод отличается экономичностью и простотой, так как использует для построения решения уже известные решения задач.

Библиографический список

1. Александров, В. М. Движение с постоянной скоростью жесткого штампа по границе вязкоупругой полуплоскости / В. М. Александров, А. В. Марк // Трение и износ. — 2006. — Т. 27, № 1. — С. 5–11.

2. Sahin, O. Response of a 3D elastic half-space to a distributed moving load / O. Sahin, N. Ege, B. Erbas // Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics. — 2017. — Vol. 46 (5). — P. 817–828. DOI: 10.15672/HJMS.2017.434

3. Kaplunov, J. On a 3D moving load problem for an elastic half space / J. Kaplunov, D. Prikazchikov, B. Erbas [et al.] // Wave Motion. — 2013. — Vol. 50 (8). — P. 1229–1238. DOI:10.1016/j.wavemoti.2012.12.008

4. Динамика слоистого полупространства под действием движущейся и осциллирующей нагрузки / В. В. Калинчук, Т. И. Белянкова, Г. Шмид, А. Тосецки // Вестник Южного научного центра РАН. — 2005. — Т. 1, № 1. — С. 3–11.

5. Приказчиков, Д. А. Околорезонансные режимы в стационарной задаче о подвижной нагрузке в случае трансверсально изотропной упругой полуплоскости / Д. А. Приказчиков // Известия Саратовского университета. — 2015. — Т. 15. — С. 215–221.

6. Chen, Y. Dynamic response of an elastic plate on a cross-anisotropic poroelastic halfplane to a load moving on its surface / Y. Chen, N. D. Beskou, J. Qian // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. — 2018. — Vol. 107. — P. 292–302.

7. Beskou, N. D. Dynamic response of an elastic plate on a cross-anisotropic elastic half-plane to a load moving on its surface / N. D. Beskou, Y. Chen, J. Qian // Transportation Geotechnics. — 2018. — Vol. 14. — P. 98–106.

8. Облакова, Т. В. О резонансном режиме в нестационарной задаче о подвижной нагрузке для упругого полупространства / Т. В. Облакова, Д. А. Приказчиков // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2013. — Т. 9. — С. 1–8.

9. Kaplunov, J. The edge wave on an elastically supported Kirchhoff plate / J. Kaplunov, D. Prikazchikov, G. A. Rogerson // The Journal of the Acoustical Society of America. — 2014. — Vol. 136 (4). — P. 1487–1490. DOI: 10.1121/1.4894795

10. Глухов, Ю. П. Динамическая задача для двухслойной полосы на жестком основании / Ю. П. Глухов // Труды Одесского политехнического университета. — 2014. — Вып. 2. — С. 9–14.

11. Егорычев, О. О. Воздействие подвижной нагрузки на многослойную вязкоупругую пластину, лежащую на вязкоупругом основании / О. О. Егорычев // Вестник Московского государственного строительного университета. — 2007. — Вып. 1. — С. 39–42.

12. Динамическое поведение безграничной упругой пластинки при воздействии подвижной (бегущей) нагрузки / М. Ж. Досжанов, Е. Н. Искак, Б. Ж. Сактаганов [и др.] // Путь науки. — 2016. — Т. 1, № 11 (33). — С. 26–28.

13. Шишмарев, К. А. Постановка задачи о вязкоупругих колебаниях ледовой пластины в канале в результате движения нагрузки / К. А. Шишмарев // Известия Алтайского государственного университета. — 2015. — № 1/2 (85). — С. 189–194. DOI 10.14258/izvasu(2015) 1.2-35

14. Dyniewicz, B. Vibrations of a Mindlin plate subjected to a pair of inertial loads moving in opposite directions / B. Dyniewicz, D. Pisarski, C. I. Bajer // Journal of Sound and Vibration. — 2017. — Vol. 386. — P. 265–282.

15. Esen, I. A new finite element for transverse vibration of rectangular thin plates under a moving mass / I. Esen // Finite Elements in Analysis and Design. — 2013. — Vol. 66. — P. 26–35.

16. Song, Q. Vibration analysis of functionally graded plate with a moving mass/ Q. Song, J. Shi, Z. Liu // Applied Mathematical Modelling. — 2017. — Vol. 46. — P. 141–160.

17. Song, Q. Parametric study of dynamic response of sandwich plate under moving loads / Q. Song, Z. Liu, J. Shi [et al.] // Thin-Walled Structures. — 2018. — Vol. 123. — P. 82–99.

18. Qu, Y. Time-domain structural-acoustic analysis of composite plates subjected to moving dynamic loads / Y. Qu, W. Zhang, Z. Peng [et al.] // Composite Structures. — 2019. — Vol. 208. — P. 574–584.

19. Foyouzat, M. A. An analytical-numerical solution to assess the dynamic response of viscoelastic plates to a moving mass / M.A. Foyouzat, H.E. Estekanchi, M. Mofid // Applied Mathematical Modelling. — 2018. — Vol. 54. — P. 670–696.

20. Галабурдин, А. В. Применение метода граничных интегральных уравнений к решению связных задач термоупругости с подвижной нагрузкой / А. В. Галабурдин // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. — 2012. — № 4. — С. 29–31.

21. Галабурдин, А. В. Применение метода граничных интегральных уравнений к решению задач о движущейся нагрузке / А. В. Галабурдин // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. — 2015. — № 1. — С. 9–11.

22. Галабурдин, А. В. Задача о бесконечной пластине, нагруженной нормальной силой, движущейся по сложной траектории / А. В. Галабурдин // Вестник Донского государственного технического университета. — 2019. — Т. 19, № 3. — С. 208–213.

23. Рекач, В. Г. Руководство к решению задач прикладной теории упругости / В. Г. Рекач, — Москва : Высшая школа, 1973. — 384 с.

24. Завьялов, Ю. С. Методы сплайн-функции / Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасов, А. Л. Мирошниченко. — Москва : Наука, 1980. — 352 с.

Сдана в редакцию 27.07.2020

Запланирована в номер 05.10.2020

Об авторе:

Галабурдин Александр Васильевич, доцент кафедры «Математика и информатика», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат физико-математических наук, доцент, ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0411-6724, Galaburdin@mail.ru

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9.015 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-382-389

Обоснование гранулометрических характеристик рабочей среды при вибрационной обработке деталей с малыми пазами и отверстиями



М. А. Тамаркин[1], Е. Н. Колганова[1], М. А. Ягмуров[2]
[1] ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)
[2] ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет» (г. Ставрополь, Российская Федерация)

Введение. Представлена методика проектирования высокоэффективного технологического процесса вибрационной отделочной обработки деталей с малыми пазами и отверстиями. Решение основано на выборе гранулометрических характеристик обрабатывающих сред. Проанализирована форма поперечного сечения и геометрические размеры заусенцев на типовых деталях радиоэлектронной аппаратуры (РЭА). Разработана обобщенная модель заусенца. Определены методологические принципы выбора гранулометрических характеристик рабочих сред.
Материалы и методы. Новая классификация и кодирование по конструктивно-технологическим принципам деталей РЭА позволят при проектировании технологического процесса их финишной обработки обоснованно выбрать оборудование, среды и режимы.
Результаты исследования. Создана методика подбора гранулометрических характеристик рабочих сред с учетом основных технологических задач. Исходя из конструктивно-технологических особенностей деталей РЭА, предложены зависимости для определения размеров и формы обрабатывающих гранул. Определены критерии годности для оценки результатов вибрационной обработки. Отмечено, что одна из главных задач при виброобработке деталей с малыми пазами и отверстиями — обеспечение такой продолжительности процесса, при которой удаляются заусенцы, а шероховатость и другие параметры поверхности соответствуют техническим требованиям. В таком случае показателем качества следует считать точность линейных размеров обрабатываемых поверхностей. Количественно данный критерий оценивается по специальному индексу, при расчете которого учитывается наибольший действительный размер до виброобработки, высота заусенца, наименьший допустимый размер после обработки и допуск, установленный техническими требованиями. Критерий эффективности процесса определяется как отношение индекса обрабатываемости к продолжительности обработки партии деталей или длительности цикла, приведенной к одной детали. Предложенный критерий позволяет сравнивать процессы обработки при обосновании решения технологических задач.
Обсуждение и заключения. Итоги исследования позволяют утверждать, что вибрационная обработка в рабочих средах органического происхождения способствует эффективному удалению заусенцев и скруглению кромок малоразмерных деталей радиоэлектронной аппаратуры, имеющих малые пазы и отверстия.

Ключевые слова: вибрационная обработка, шероховатость, микронеровность поверхности, заусенцы, скругление кромок.

Для цитирования: Тамаркин, М. А. Обоснование гранулометрических характеристик рабочей среды при вибрационной обработке деталей с малыми пазами и отверстиями / М. А. Тамаркин, Е. Н. Колганова, М. А. Ягмуров // Advanced Engineering Research. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 382–389. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-382-389



Rationale for granulometric medium characteristics under vibration processing of parts with small grooves and holes

M. A. Tamarkin[1], E. N. Kolganova[1], M. A. Yagmurov[2]
[1] Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)
[2] North Caucasus Federal University (Stavropol, Russian Federation)

Introduction. The design technique for a highly efficient technological process of vibration finishing of parts with small grooves and holes is presented. The decision is based on the selection of the granulometric characteristics of the processing environments. The cross-sectional shape and geometrical dimensions of burrs on typical parts of radio electronic equipment (REE) are analyzed. A generalized burr model has been developed. Methodological principles for the selection of particle size characteristics of operating environments are determined.
Materials and Methods. The new classification and coding according to the constructive and technological principles of REE components will provide reasonable selection of the equipment, environments and modes when designing their finishing process.
Results. A technique has been developed for selecting the granulometric characteristics of operating environments with the account of the major technological problems. Based on the design and technological features of the REE components, the dependences are proposed for determining the size and shape of the processing granules. The acceptance criteria for evaluating the results of vibration processing are determined. It is noted that one of the major tasks in the vibration processing of parts with small grooves and holes is to provide such in-process time at which burrs are removed, and the roughness and other surface parameters meet the technical requirements. In this case, the accuracy of the linear dimensions of the processed surfaces should be considered an indicator of quality. Quantitatively, this criterion is assessed on a specific index whose calculation considers the largest actual size before vibration processing, the burr height, the smallest allowable size after processing, and the tolerance established by the technical requirements. The process efficiency criterion is defined as the ratio of the machinability index to the processing time of a batch of parts or the cycle time per part. The proposed criterion enables to compare treatment processes under validating the solution to technological problems.
Discussion and Conclusions. The study results enable to confirm that vibration processing in the organic environment contributes to the effective removal of burrs and edge smoothing of small-sized parts of electronic equipment with small grooves and holes.

Keywords: vibration treatment, roughness, surface pattern, burrs, edge smoothing.

For citation: M. A. Tamarkin, E. N. Kolganova, M. A. Yagmurov. Rationale for granulometric medium characteristics under vibration processing of parts with small grooves and holes. Advanced Engineering Research, 2020, vol. 20, no. 4, pp. 382–389. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-382-389

Введение. Заметно возросшая в последнее время потребность в прецизионной обработке деталей особенно актуальна в машино- и приборостроении, т. к. в этих отраслях годовые объемы изготавливаемых деталей превышают сотни тысяч штук. Следует особо подчеркнуть, что детали радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) имеют достаточно сложную конфигурацию наружного контура. Для большинства из них характерны такие нетехнологичные элементы, как пазы и отверстия малых размеров, глубокие отверстия, глухие отверстия с резьбой и т. п. Подтвердила свою эффективность финишная обработка подобных деталей в гранулированных средах [1, 2]. В настоящее время отсутствуют методики для проектирования отделочно-зачистных операций таких деталей, что ограничивает широкое внедрение и дальнейшее совершенствование вибрационной обработки.

Материалы и методы. На основе конструкторско-технологического анализа деталей РЭА, изготавливаемых на приборостроительном заводе, разработана классификация и выполнено их кодирование по конструктивно-технологическим принципам. Новый классификатор позволит на стадии проектирования технологического процесса финишной обработки деталей с учетом их конструктивно-технологических особенностей обоснованно выбрать оборудование, среды и режимы операций.

Особую роль в обеспечении качества деталей РЭА играет отделочно-зачистная обработка, выполнение которой в условиях современного производства затруднено сложной конструктивной формой изделий.

Одним из главных методов формообразования заготовок в машиностроении и приборостроении остается лезвийная обработка. Однако при любой механической обработке, основанной на резании, образуются такие дефекты, как заусенцы, острые кромки и пр. Они возникают из-за действия законов механики сплошных сред, поэтому указанные недостатки невозможно исключить даже при использовании современных обрабатывающих центров и оптимальных режимов обработки. В результате при изготовлении и эксплуатации деталей возможны функциональные, эстетические и эргономические проблемы [3, 4]. Это доказывает актуальность проблемы удаления заусенцев при отделочно-зачистных операциях деталей РЭА.

Цель данной научной работы — совершенствование методики проектирования высокоэффективных технологических процессов вибрационной обработки деталей с малыми пазами и отверстиями на основе подбора гранулометрических характеристик гибких рабочих сред.

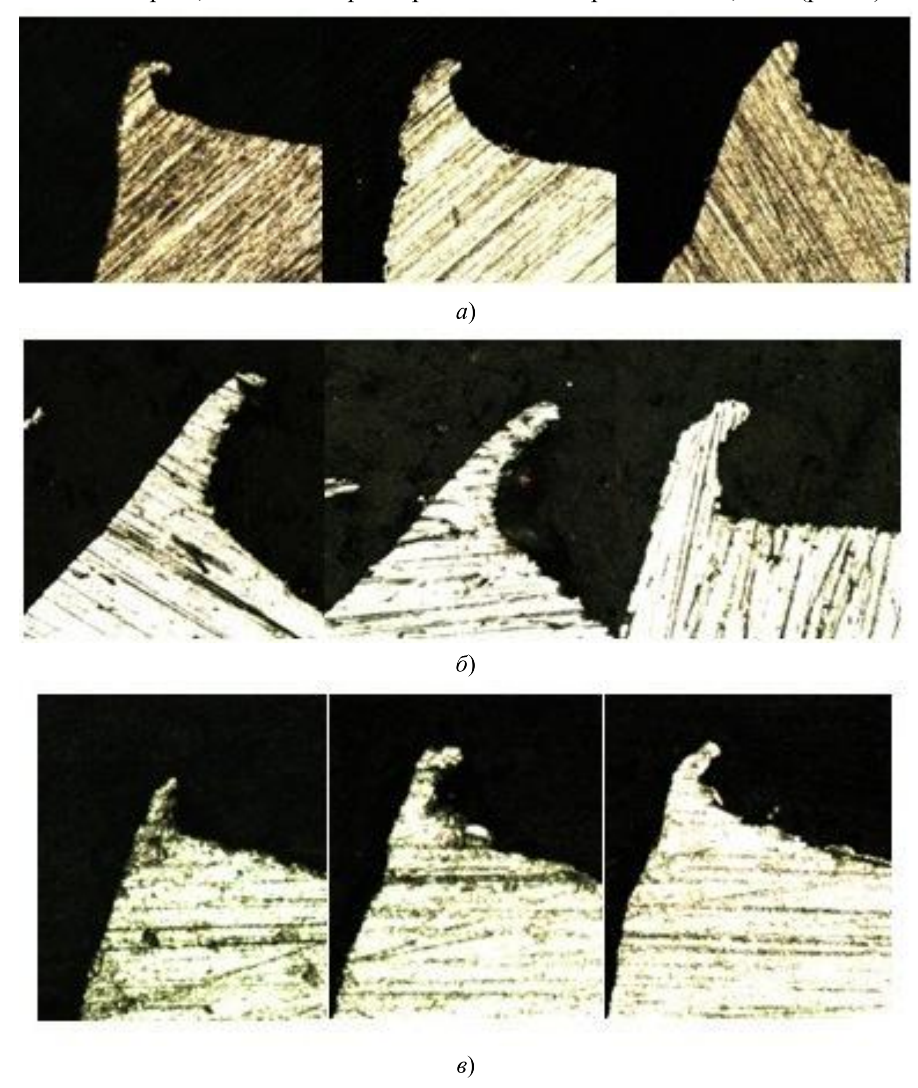
Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

— проанализировать формы поперечных сечений и геометрических характеристик заусенцев на типовых деталях приборов,

— разработать обобщенную модель заусенца,

— обосновать методологические подходы при выборе гранулометрических характеристик обрабатывающих сред.

Для изучения геометрии и параметров профиля сечения заусенцев микрошлифы рассматривали с помощью металлографического инвертированного микроскопа, оборудованного системой Thixomet Pro. Как показало исследование, основная форма сечение заусенца — треугольник. При этом высота заусенца в среднем больше толщины его основания в 2–3 раза, а линейные размеры толщин не превышают 0,4 мм (рис. 1).



а)

б)

в)

Рис. 1. Сечение заусенцев у исследуемых образцов. Материал образцов: БрОЦ4-3 (*а*), ЛС-59-1 (*б*), АМг6 (*в*)

Выбор характеристик обрабатывающей среды в данном случае оказывает решающее влияние на качество поверхности деталей и производительность процесса [5–7]. На предприятиях применяют рабочие среды, гранулы которых можно классифицировать по геометрической форме и размерам, материалу и размеру режущих зерен, материалу связки зерен, структуре и способу производства.

Для удобства проектирования технологических процессов отделочно-зачистной вибрационной обработки предложены системная классификация и кодирование гранул рабочих сред.

Отделочно-зачистная обработка деталей РЭА предусматривает удаление заусенцев и подготовку поверхностей под покрытия. В приборостроении применяются различные покрытия: цинкование, кадмирование, никелирование, хромирование, латунирование, палладирование, серебрение, золочение, пассивирование и т. д. На участки поверхностей электроконтактных деталей приборов наносят гальванические покрытия (серебро, золото), которые

характеризуются высокой электро-, теплопроводностью и химической стойкостью в условиях повышенной влажности [8, 9]. Гальваника требует определенного качества заготовки. Не допускается наличие заусенцев и острых кромок.

Как показал анализ конструкций, при отделочно-зачистной обработке деталей РЭА следует использовать среды, соответствующие перечисленным ниже требованиям:

— высокая плотность (не менее 1,2 г/см^2) при малом весе гранулы;

— пригодность для обработки нежестких заготовок;

— пригодность для обработки заготовок, имеющих сопряженные под углом поверхности и зоны с ограниченным доступом для гранулы обрабатывающей среды;

— высокая износостойкость и способность сохранять форму в процессе обработки;

— равномерная структура гранул.

Учитывая эти требования и данные работ [10, 11], следует признать наиболее целесообразным использование косточковых гранулированных сред. При дроблении косточек плодовых культур и скорлупы грецкого ореха образуются гранулы произвольных форм с краями в виде клина, благодаря которому гранула становится аналогом режущего инструмента. В этом случае для микрорезания доступны различные участки детали.

Результаты исследования. Итак, среды из природных материалов представляются оптимальными для отделочно-зачистной обработки деталей РЭА с малыми пазами и отверстиями. Широкому применению данного подхода препятствует недостаточная изученность таких сред и недоступность методик проектирования отделочно-зачистных операций с их использованием.

Как правило, при отделочно-зачистной вибрационной обработке деталей РЭА возникают три технологические задачи.

Первая. Если на заготовках достаточно удалить заусенцы и скруглить кромки, нет необходимости обрабатывать внутренние поверхности пазов и отверстий. Это наиболее характерная задача, решаемая в процессе обработки деталей. В общем виде ее можно решить, применяя гранулы с размером $R_{\text{гр}}$, превышающим размер самого большого отверстия или паза L, т. е. $R_{\text{гр}} > L$. Это исключит заклинивание в них.

Контакт обрабатывающей среды будем рассматривать как контакт единичной гранулы до полного удаления заусенца и получения требуемой величины скругления кромки (рис. 2).

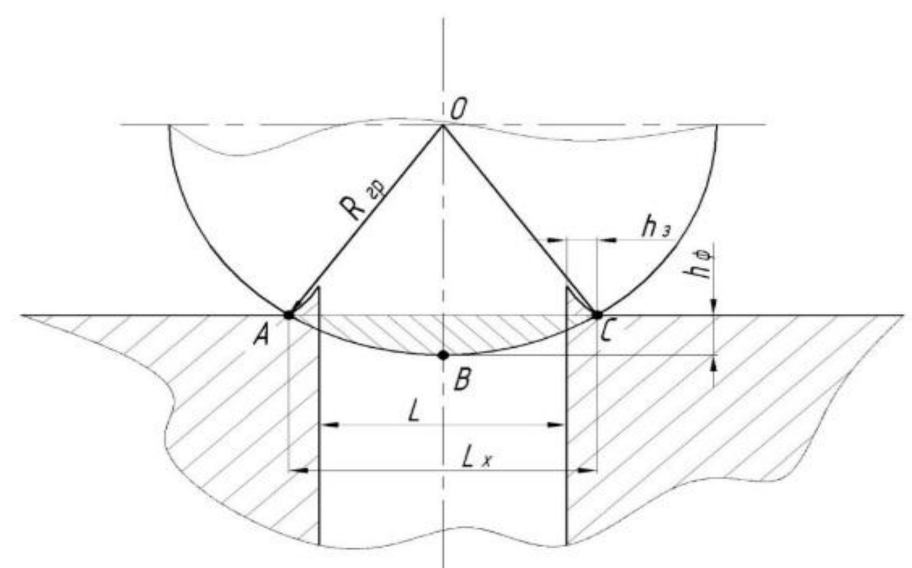


Рис. 2. Геометрическая схема контакта гранулы с кромками отверстия

Учтем коэффициент износа гранулы K_u, во многом определяющий расход обрабатывающей среды, а также производительность процесса и качество поверхностей. Оптимальный радиус гранулы рабочей среды определяется выражением:

$$R_{\text{гр}} = K_{\text{и}} \frac{(L+2h_{\text{з}})^2 + h_{\text{ф}}^2}{8h_{\text{ф}}},$$

где $h_{\text{з}}$ — толщина основания сформированного заусенца, мм; $h_{\text{ф}}$ — размер фаски, соответствующий техническим требованиям, мм; L — линейная или диаметральная величина обрабатываемого элемента, мм.

Соблюдение данного условия гарантирует съем заусенцев по наружным поверхностям и обеспечение требуемого чертежом радиуса скругления кромок.

Вторая. Эта задача возникает при необходимости обработки и подготовки под покрытие внутренних поверхностей пазов или отверстий. В этом случае критерием для выбора размера частиц должен быть размер наименьшего отверстия или паза L_{min} детали.

Для исключения заклинивания частиц рабочей среды в отверстиях и пазах их размер рекомендуется выбирать из соотношения

$$D_{гр} = 0{,}6 \div 0{,}7L_{min},$$

где $D_{гр}$ — характерный диаметр гранул обрабатывающей среды, мм.

Однако при выборе размера частиц рабочей среды с использованием этого соотношения крайне важно проанализировать его применимость для обработки других отверстий и пазов детали, размер которых превышает L_{min}. Если их размер равен $2D_{гр}$ или $3D_{гр}$, то возможно заклинивание частиц рабочей среды, которое будет прерывать процесс обработки поверхности отверстия или паза. Для предотвращения этого явления размеры подлежащих обработке отверстий и пазов L должны быть в диапазоне $L_{min} < L < 1{,}7D_{гр}$, $2{,}2D_{гр} < L < 2{,}7D_{гр}$, $L > 3{,}2D_{гр}$ (рис. 3).

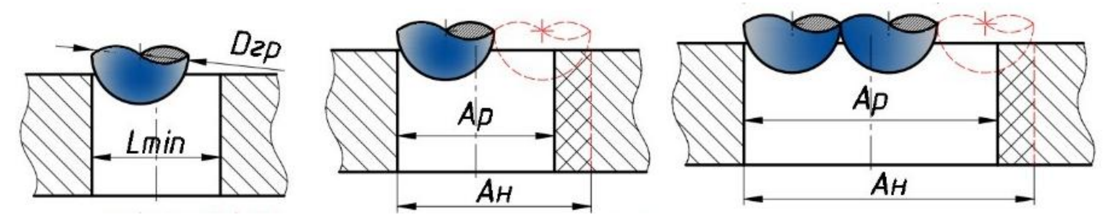


Рис. 3. Размеры отверстий, исключающих заклинивание тел рабочей среды:
Ар — рекомендуемый размер, Ан — недопустимый размер

Третья. Основная технологическая задача — обработка мест сопряжения поверхностей. Ее решение вызывает наибольшие сложности, т. к. гранулам сложно достичь поверхностей, находящихся под углом друг к другу. В качестве примера можно привести резьбу. Если в технических требованиях детали задан радиус сопряжения поверхностей, то размер гранулы рабочей среды должен быть равен ему либо меньше:

$$R_{гр} \le r.$$

Как показано в [12–14], из-за нарушения данного условия при вибрационной обработке сопряженных под углом поверхностей могут образоваться три условные зоны:

— мертвая зона (в ней не происходит обработка),
— открытая зона,
— зона нестабильной шероховатости (рис. 4).

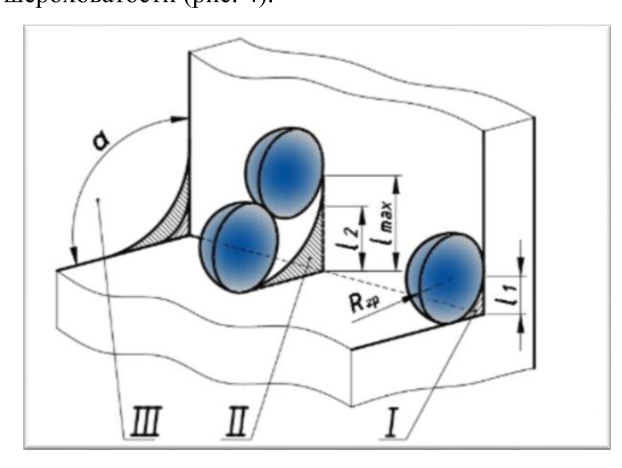


Рис. 4. Не обрабатываемые зоны, возникающие при неправильном выборе размеров гранул

Размеры мертвой зоны и зоны с нестабильной шероховатостью можно рассчитать по формулам:

$$CD \le R_{гр}\left[\frac{1}{\cos\frac{180^0-\alpha}{2}} - 1\right];$$

$$CB = R_{гр}\tan\frac{180^0-\alpha}{2}.$$

Для обработки труднодоступных поверхностей органическими частицами с клиновидными вершинами можно ввести понятие коэффициента проникаемости гранулы, который определяется из соотношения угла сопряжения поверхностей к углу клиновидного ребра, образующего режущую кромку:

$$K_{\text{пр}} > \frac{\alpha}{\beta}.$$

Учет коэффициента проникаемости при выборе формы гранул позволит решить сложную технологическую задачу, связанную с отделочной обработкой мест сопряжений поверхностей.

Для контроля результата отделочно-зачистной обработки необходимо сформулировать критерии годности деталей или их партий. Для деталей РЭА такими критериями будут параметры шероховатости поверхности и стабильность качественных характеристик обработанной поверхности (рис. 5).

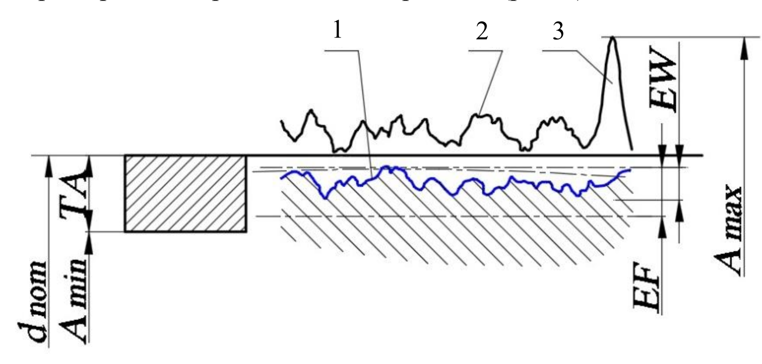


Рис. 5. Определение индекса обрабатываемости: 1 — шероховатость поверхности после обработки; 2 — шероховатость поверхности действительная; 3 — заусенец; EW — отклонение волнистости; EF — отклонение формы; A_{max} — наибольший размер до обработки с учетом высоты заусенца; A_{min} — наименьший размер после обработки; ТА — допуск на обрабатываемый размер

Главное условие для решения данной технологической задачи:

$$\bar{R}_i - \delta > [R_{imin}],$$

где $\bar{R}_i$ — среднее статистическое показание величин значений принятых показателей качества, которые соответствуют среднеарифметическим отклонениям профиля исходной поверхности; δ — поле рассеивания значений качественных показателей, которые соответствуют величинам съема металла при обработке; $[R_{imin}]$ — величина значения показателей качества в пределах допуска.

Показатели качества в пределах партии деталей будут случайными величинами, распределенными в соответствии с вероятностными законами. Поэтому критерии годности партии (т. е. оптимальности предложенной технологии) можно задать предложенным выше неравенством. При этом нужно учитывать процент брака, не превышающий вероятности Pi [15]:

$$P_i\left(\left|R_{ij} - \bar{R}_i\right| \geq \delta\right) < \frac{D_i}{\delta^2},$$

где P_i — вероятность попадания i-го показателя качества за пределы границ поля рассеяния; D_i — расчетное значение дисперсии R_i.

Одна из главных задач при виброобработке деталей с малыми пазами и отверстиями — обеспечение такой продолжительности процесса, при которой удаляются заусенцы, а шероховатость и другие параметры поверхности соответствуют техническим требованиям. Показателем качества будет точность линейных размеров обрабатываемых поверхностей. Количественно данный критерий оценим по индексу обрабатываемости (рис. 5):

$$C_{\text{о}} = \frac{A_{max} - A_{min}}{\text{ТА}},$$

где A_{max} — наибольший действительный размер до виброобработки, учитывающий высоту заусенца; A_{min} — наименьший допустимый размер после обработки; ТА — допуск на обрабатываемый размер, установленный техническими требованиями (рис. 5).

Критерий эффективности процесса определим как отношение индекса обрабатываемости к продолжительности обработки партии деталей или длительности цикла, приведенной к одной детали:

$$K_{\text{э}} = \frac{C_o}{t_{\text{ц}}}.$$

Предложенный критерий позволяет сравнивать процессы обработки при обосновании решения технологических задач.

Обсуждение и заключения. В работе проанализированы форма поперечного сечения и геометрические размеры заусенцев типовых деталей приборов РЭА. Создана обобщенная модель заусенца, предложены методологические принципы выбора характеристик гранул рабочих сред.

Описаны способы подбора гранулометрических характеристик обрабатывающих сред в зависимости от главных технологических задач. Получены зависимости для определения размеров и формы обрабатывающих гранул, основанные на конструктивно-технологических особенностях деталей РЭА. Предложены критерии годности для оценки результатов вибрационной обработки.

Итоги исследования позволяют утверждать, что отделочно-зачистная вибрационная обработка в среде из дробленых косточек способствует эффективному съему ликвидов, в т. ч. заусенцев, а также скруглению кромок у деталей радиоэлектронной аппаратуры сложной конфигурации.

Библиографический список

1. Kolganova, E. N. Investigation of deburring process at vibro-abrasive treatment of parts having small grooves and holes / E. N. Kolganova, V. M. Goncharov, A. V. Fedorov // Materials today. — 2019. — Vol. 19 (5). — P. 2368–2373.

2. Тамаркин, М. А. Анализ современного состояния финишных методов обработки в среде свободных абразивов деталей, имеющих малые пазы и отверстия / М. А. Тамаркин, Е. В. Смоленцев, Е. Н. Колганова // Вестник Воронежского государственного технического университета. — 2019. — Т. 15, № 1. — С. 122–129.

3. Antonova, N. M. Adhesion of a vibration mechanochemical solid-lubricant MoS(2) coating / N. M. Antonova, V. S. Shorkin, S. N. Romashin [et al.] // Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques. — 2019. — Vol. 13 (5). — P. 848–854. DOI: 10.1134/S1027451019040025

4. Ivanov, V. V. The research of technological characteristic of the vibrowave mechanical and chemical oxide coating formation / V. V. Ivanov, A. P. Babichev, N. P. Pogorelov // 13th International scientific-technical conference on dynamic of technical systems (DTS) : MATEC Web of Conferences. — 2017. — Vol. 132. — P. 01004. DOI: 10.1051/matecconf/201713201004

5. Ivanov, V. V. Qualitative Characteristics of MoS2 Solid-Lubricant Coating Formed by Vibro-Wave Impact of Free-Moving Indenters / V. V. Ivanov, S. I. Popov, A. V. Kirichek // Key Engineering Materials. — 2017. — Vol. 736. — P. 18–22.

6. Lebedev, V. A. Increase of efficiency of finishing-cleaning and hardening processing of details based on rotor-screw technological systems / V. A. Lebedev, G. V. Serga, A. V. Khandozhko // IOP Conference Series. Materials Science and Engineering. — 2018. — Vol. 327. — P. 042062. DOI: 10.1088/1757-899X/327/4/042062

7. Бабичев, А. П. Исследования основных технологических параметров формирования вибрационного механохимического покрытия и качества оксидной пленки / А. П. Бабичев, П. Д. Мотренко // Упрочняющие технологии и покрытия. — 2011. — № 5. — С. 33–38.

8. Antonova, N. M. Evaluation of adhesion strength of protective coatings with Al powder by adhesion work of initial suspension towards metal surface / N. M. Antonova // International Conference on Modern Trends in Manufacturing Technologies and Equipment (ICMTMTE 2018) : MATEC Web of Conferences. — 2018. — Vol. 224 (1). — P. 03011. — URL: https://www.matec-conferences.org/articles/matecconf/pdf/2018/83/matecconf_icmtmte2018_03011.pdf (accessed: 12.11.2020).

9. Определение адгезии путем цифровой обработки изображений поверхности покрытий / Н. М. Антонова, И. А. Зиновьев, Е. Ю. Хаустова [и др.] // Инженерный вестник Дона : [сайт]. — 2019. — № 1. — URL : ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5549 (дата обращения : 20.10.2020).

10. Лебедев, В. А. Повышение эффективности вибрационной отделочной обработки деталей на основе применения сред органического происхождения / В. А. Лебедев, Е. Ю. Крупеня, А. П. Шишкина // Прогрессивные машиностроительные технологии, оборудование и инструменты / Под ред. А. Н. Киричика. — Москва : Спектр, 2015. — Т. 6. — С. 268–326.

11. Lebedev, V. A. Increase of efficiency of finishing-cleaning and hardening processing of details based on rotor-screw techno-logical systems / V. A. Lebedev, G. V. Serga, A. V. Khandozhko / IOP Conference Series. Materials Science and Engineering. — 2018. — Vol. 327 (4). — P. 042062. DOI: 10.1088/1757-899X/327/4/042062

12. Зверовщиков, А. Е. Расширение технологических возможностей объемной центробежно-планетарной обработки / А. Е. Зверовщиков // Наукоемкие технологии в машиностроении. — 2013. — № 7. — С. 17–23.

13. Мартынов, А. Н. Определение скорости резания при объемной центробежно-планетарной обработке / А. Н. Мартынов, В. З. Зверовщиков, А. Е. Зверовщиков // Вестник машиностроения. — 1996. — № 9. — С. 25–27.

14. Зверовщиков, А. Е. О формировании шероховатости поверхности на труднодоступных участках профиля детали при объемной центробежной обработке гранулированными средами / В. З. Зверовщиков, А. В. Понукалин, А. Е. Зверовщиков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. — 2010. — № 3 (15). — С. 114–122.

15. Shtyn, S. U. Thermodynamic aspects of the coating formation through mechanochemical synthesis in vibration technology systems / S. U. Shtyn, V. A. Lebedev, A. O. Gorlenko // IOP Conference Series. Materials Science and Engineering. — 2016. — Vol. 177. — P. 012127. DOI: 10.1088/1757-899X/177/1/012127

Сдана в редакцию 01.07.2020
Запланирована в номер 05.09.2020

Об авторах:

Тамаркин Михаил Аркадьевич, заведующий кафедрой «Технология машиностроения» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9558-8625, tehn_rostov@mail.ru.

Колганова Елена Николаевна, аспирант кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ResearcherID: AAL-5802-2020, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9466-9658, elenkolg@list.ru.

Ягмуров Михаил Алексеевич, старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения и технологическое оборудование» инженерного института Северо-Кавказского федерального университета (355017, РФ, г. Ставрополь, ул. Пушкина, 1), ResearcherID: AAL-6938-2020, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4554-0257, myagmurov@gmail.com.

Заявленный вклад соавторов:

М. А. Тамаркин — научное руководство, анализ результатов исследований, корректировка выводов. Е. Н. Колганова — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, подготовка текста, формулирование выводов. М. А. Ягмуров — проведение расчетов, доработка текста.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

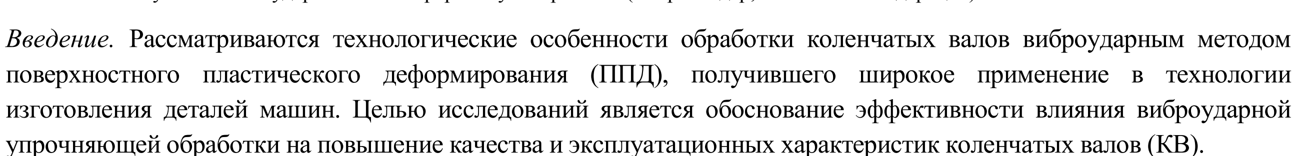


УДК 621 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-390-396

Технологические особенности упрочнения коленчатых валов виброударным методом



В. А. Лебедев[1], Ф. А. Пастухов[1], М. М. Чаава[1], Г. В. Серга[2]
[1] ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)
[2] ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет» (г. Краснодар, Российская Федерация)



Введение. Рассматриваются технологические особенности обработки коленчатых валов виброударным методом поверхностного пластического деформирования (ППД), получившего широкое применение в технологии изготовления деталей машин. Целью исследований является обоснование эффективности влияния виброударной упрочняющей обработки на повышение качества и эксплуатационных характеристик коленчатых валов (КВ).
Материалы и методы. Методически исследования включали в себя обоснование технологической схемы виброударной обработки и разработку расчётной модели оценки влияния обработки на изменение макрогеометрии (коробления) КВ.
Результаты исследования. Разработаны технологические схемы объемной виброударной отделочно-упрочняющей обработки КВ с применением вибростанка с U-образной рабочей камерой, габаритные размеры которой соизмеримы или превышают габаритные размеры подвергаемого обработке КВ и обеспечивают расположение вала таким образом, чтобы его основная ось, совпадающая с осью коренных шеек, находилась в зоне расположения условной оси вращения массы рабочей среды. Исследованы параметры качества поверхности при обработке их на виброустановке УВГ 4Х10 по апробированным методикам с применением специальной оснастки. Установлено, что виброударная упрочняющая обработка (ВиУО) позволяет за счет пластической деформации микронеровностей получить качественно новый микрорельеф поверхности и снизить ее исходную шероховатость, существенно повышает микротвердость поверхности коренных и шатунных шеек КВ и изменяет напряженное состояние их поверхностного слоя. Предложена расчётная зависимость для оценки суммарного коробления КВ, упрочнённого в процессе ВиУО и подтверждена её адекватность. Показано, что коробление вала после ВиУО обусловлено разнонапряжённостью шатунных и коренных шеек КВ на уровне $K_н \approx 0{,}6$.
Обсуждение и заключение. Виброударная обработка КВ обеспечивает улучшение геометрических и физико-механических параметров поверхностей шатунных и коренных шеек. В результате обработки всех поверхностей вала коробление не превышает допустимых значений, устанавливаемые техническими требованиями. Это позволяет сделать вывод об эффективности рассматриваемого способа упрочнения КВ с целью повышения их эксплуатационных свойств.

Ключевые слова: коленчатый вал, поверхностное пластическое деформирование, виброударный метод, упрочнение, качество поверхности, коробление.

Для цитирования: Технологические особенности упрочнения коленчатых валов виброударным методом / В. А. Лебедев, Ф. А. Пастухов, М. М. Чаава, Г. В. Серга // Advanced Engineering Research. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 390–396. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-390-396



Technological features of crankshaft hardening by vibration shock method

V. A. Lebedev[1], F. A. Pastukhov[1], M. M. Chaava[1], G. V. Serga[2]
[1]Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)
[2]Kuban State Agrarian University (Krasnodar, Russian Federation)

Introduction. The technological features of the processing crankshafts by the vibration shock method of surface plastic deformation (SPD), which is widely used in the technology of manufacturing machine parts, are considered. The

research objective is to justify the efficiency of the influence of vibration shock hardening treatment on improving the quality and performance of crankshafts (CS).
Materials and Methods. The methodological studies included the validation of the vibration shock processing flowchart and the development of an analytic model for assessing the effect of processing on the change in the macrogeometry (warpage) of the CS.
Results. Flowcharts have been developed for volumetric vibration shock finishing and hardening treatment of CS using a vibratory machine with a U-shaped work chamber. Its overall dimensions measure alike or exceed the overall dimensions of the CS being processed, and ensure the location of the shaft in such a way that its main axis, coinciding with the axis of the main bearing journals, is in the zone of the conditional axis of working mass rotation. The surface quality parameters were investigated during their processing on the UVG 4X10 vibratory unit according to the proven techniques using the dedicated tooling. It has been established that the vibration shock hardening treatment (ViHT) enables, due to plastic deformation of microroughness, to obtain a qualitatively new surface microrelief and to reduce its initial roughness, to drastically increase the surface microhardness of the CS main and rod journals; at that, it changes the stressed state of their surface layer. A calculated dependence is proposed to assess the total warpage of the CS strengthened under the ViHT, and its adequacy is confirmed. It is shown that the warpage of the shaft after the ViHT is due to the different tension of the rod and main journals of the CS at the level of $K_н \approx 0.6$.
Discussion and Conclusions. Vibration shock treatment of CS provides an improvement in the geometric and physicomechanical parameters of surfaces of the rod and main journals. As a result of processing all surfaces of the shaft, warpage does not exceed the permissible values established by the technical requirements. So, we can conclude on the efficiency of the considered method of hardening CS with the aim of increasing their operational properties.

Keywords: crankshaft, surface plastic deformation, vibration shock method, hardening, surface quality, warpage.

For citation: V. A. Lebedev, F. A. Pastukhov, M. M. Chaava, G. V. Serga. Technological features of crankshaft hardening by vibration shock method. Advanced Engineering Research, 2020, vol. 20, no. 4, pp. 390–396. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-390-396

Введение. Комплекс мер по сохранению точности КВ, достигнутой формообразующей обработкой, включает совершенствование способов получения заготовок, механической обработки, а также введение в общий технологический процесс операций упрочняющей обработки, предназначенных для повышения эксплуатационных свойств этих изделий. Одними из распространённых способов ППД, упрочняющих галтели и повышающих сопротивление усталости КВ, являются обкатка и чеканка [1–7]. Однако упрочнение КВ методами обкатки и чеканки галтелей сопровождается их короблением, которое приводит к увеличению биения коренных шеек, нарушению исходной геометрической формы, что требует проведения дополнительной операции правки. В этой связи разработка новых технологических способов отделочно-упрочняющей обработки методами ППД, повышающих надёжность и долговечность КВ в сложных условиях эксплуатации, является весьма актуальной. Особый интерес в этом направлении представляет вибрационная ударная обработка, получившая широкое практическое применение в технологии изготовления деталей машин [8–15]. В этой связи целью исследований является обоснование эффективности влияния виброударной упрочняющей обработки на качество и эксплуатационных характеристик КВ.

Материалы и методы. Для достижения поставленной цели поставлены следующие задачи:

— разработать технологические схемы виброударного упрочнения всех элементов КВ;

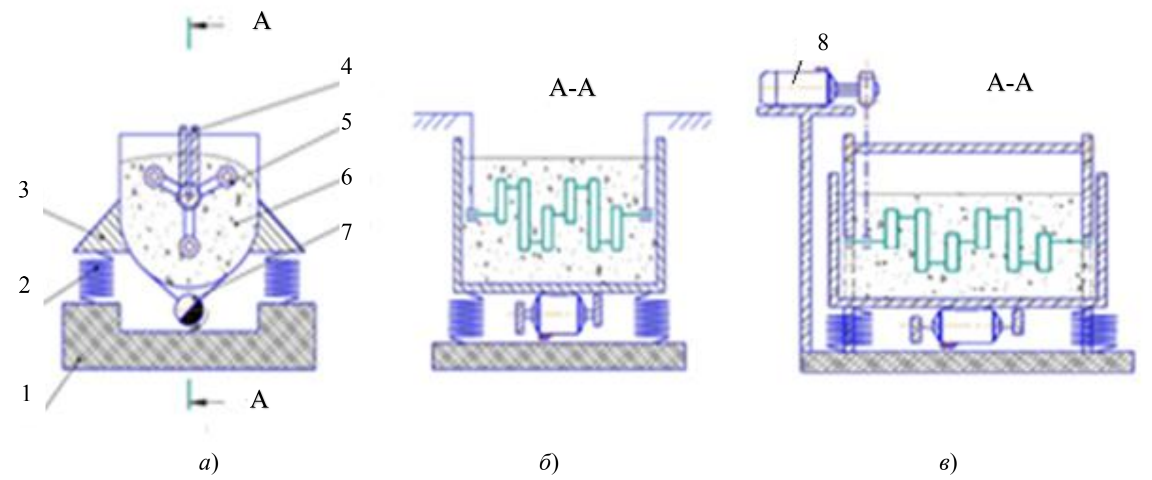
— исследовать влияние виброударной обработки на геометрические и физико-механические параметры поверхности шатунных и коренных шеек;

— предложить расчётную модель оценки изменения макрогеометрии (коробления) КВ в процессе виброударной обработки и подтвердить её адекватность.

Исследования проводились на виброустановке УВГ 4Х10 по апробированным методикам. Для определения параметров качества упрочнённой поверхности применялось специальное приспособление, имитирующее коленчатый вал. Результаты измерений обрабатывались методами математической статистики. Коробление исследуемых валов определялось путем замеров радиального биения шеек до и после упрочнения индикатором с ценой деления 0,01 мм. При этом КВ устанавливался коренными шейками на призматические опоры и поворачивался от руки.

Результаты исследования. На рис. 1 представлены технологические схемы объемной виброударной отделочно-упрочняющей обработки КВ на базе вибростанка с U-образной рабочей камерой, габаритные размеры которой соизмеримы или превышают габаритные размеры подвергаемого обработке изделия. Вал в процессе обработки устанавливается таким образом, чтобы его основная ось, совпадающая с осью коренных шеек, находилась в зоне расположения условной оси вращения рабочей среды. В результате такого

расположения вала исключается центральная зона малой активности, а смещённые относительно основной оси вала цилиндрические поверхности коренных и шатунных шеек подвергаются обработке в зонах среднего и максимального давления. КВ устанавливается в ложемент по направляющим пазам и удерживается на опорах, прикреплённых к нему. Ложемент с валом погружаются в камеру с рабочей средой и фиксируется на стойках, прикреплённых к станине. Опоры позволяют валу прокручиваться вокруг своей оси и равномерно упрочняться под динамическим воздействием рабочей среды (рис. 1 *а−б*) или путём сообщения ему встречного или попутного вращательного движения с помощью автономного привода (рис. 1 *в*)



а) *б*) *в*)

Рис. 1. Технологические схемы обработки КВ с вращением под действием рабочей среды (*а*, *б*) и с помощью дополнительного привода (*в*): 1 — станина; 2 — пружины; 3 — рабочая камера; 4 — ложемент; 5 — коленчатый вал; 6 — рабочая среда; 7 — вибратор, 8 — дополнительный привод

Для определения предпочтительных режимов обработки КВ выполнены исследования геометрических и физико-механических параметров поверхности шатунных и коренных шеек с помощью цилиндрических и кольцевых образцов из сталей 45 и 40Х с исходной шероховатостью R_a = 0,16–0,42 мкм. Обработка осуществлялась рабочей средой, состоящей из стальных шариков диаметром 3–6 мм, по базовой технологической схеме, приведённой на рис. 1 *а−б* с применением специальной оправки (рис. 2) при различных амплитудно-частотных характеристиках и продолжительности процесса.





а) *б*)

Рис. 2. Экспериментальная оправка, имитирующая коленчатый вал:
а — общий вид; *б* — монтаж в рабочей камере вибрационной установки

Установлено, что в процессе ВиУО на поверхности образцов формируется качественно новый микрорельеф, среднеарифметическое отклонение профиля которого меньше, чем на исходной поверхности. На изменение среднеарифметического отклонения профиля наиболее существенное влияние оказывают амплитуда колебаний рабочей камеры и продолжительность обработки. Так за один и тот же промежуток времени обработки t = 20 мин. при частоте колебаний f = 25 Гц увеличение амплитуды от 2 до 3 мм среднеарифметическое отклонение профиля поверхности понизилось в 1,7 раза, а изменение частоты колебаний от 20 до 30 Гц при амплитуде А = 3 мм понизило среднеарифметическое отклонение профиля поверхности в 1,1 раза.

С учетом технологических возможностей вибростанков установленные закономерности позволили обосновать амплитудно-частотные параметры, обеспечивающие наиболее эффективное энергосиловое воздействие на деталь в процессе ВиУО на уровне А = 3 мм и f = 25 Гц. Обработка образцов на этих режимах в течение 20 мин, как следует из рис. 3, обеспечивает снижение среднеарифметического отклонения профиля

исходной поверхности в 2,6 раза или на 60 %. Увеличение продолжительности обработки до 40 мин к существенному изменению рассматриваемого параметра не приводит.

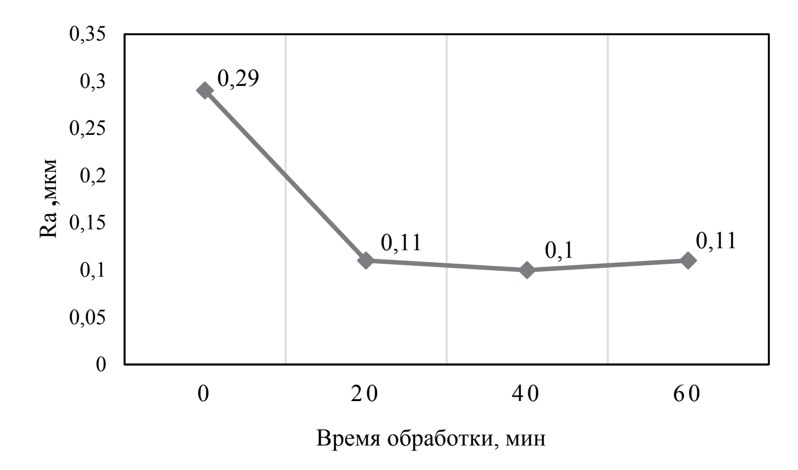


Рис. 3. Зависимость среднеарифметического отклонения профиля поверхности от продолжительности виброударной обработки

Подтверждением эффективности выбранных режимов являются результаты исследования физико-механических характеристик поверхностного слоя после обработки стальными шариками в режиме A = 3 мм, f = 25 Гц (рис. 4, 5). Оценка микротвёрдости проводилась на твердомере ПМТ3, напряжённое состояние оценивалось по величине остаточных сжимающих напряжений, определяемых по методике Давиденкова путём разрезки кольцевых образцов.

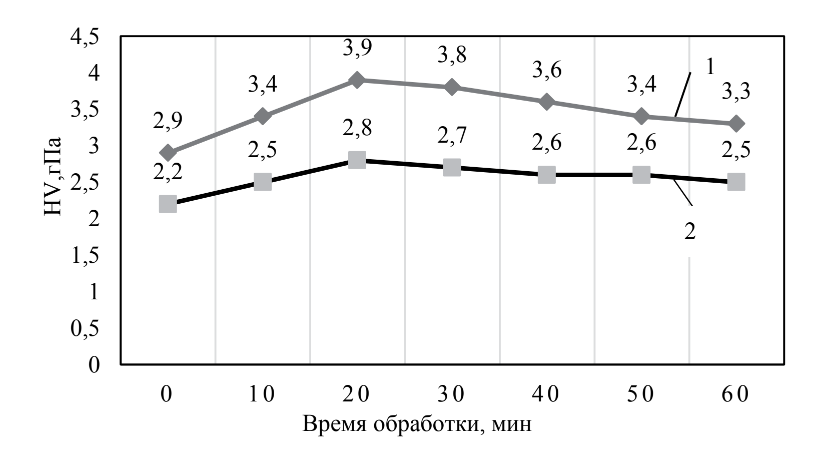


Рис. 4. Влияние продолжительности обработки на микротвёрдость поверхностного слоя для материала шариков: 1 — сталь 40Х; 2 — сталь 45

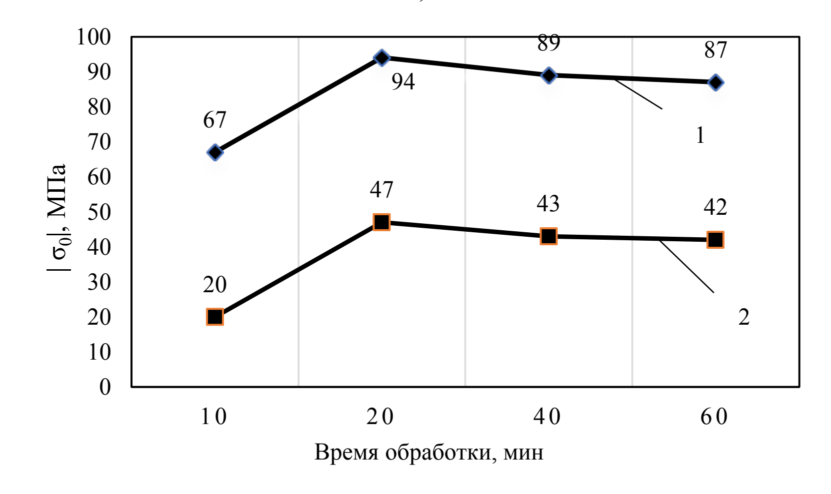


Рис. 5. Зависимость остаточных сжимающих напряжений σ_0 от продолжительности ВиУО образцов, установленных на втулках (1) и на валу (2)

Анализ напряжённого состояния образцов, упрочнённых в процессе ВиУО (рис. 5), показал, что остаточные сжимающие напряжения образцов, закреплённых на втулках и имитирующих шатунные шейки КВ, на 35 % превышает таковые образцов, закреплённых на валу и имитирующих коренные шейки. Это обусловлено различием интенсивности воздействия обрабатывающей среды в различных зонах рабочей камеры.

Следующий этап исследований предусматривал разработку расчётной модели оценки изменения макрогеометрии (коробления) КВ в процессе виброударной обработки и экспериментальное подтверждение её адекватности. Емельяновым В. Н. [1] предложен графоаналитический метод анализа макродефомации КВ после упрочняющей обработки методом ППД (рис. 6).

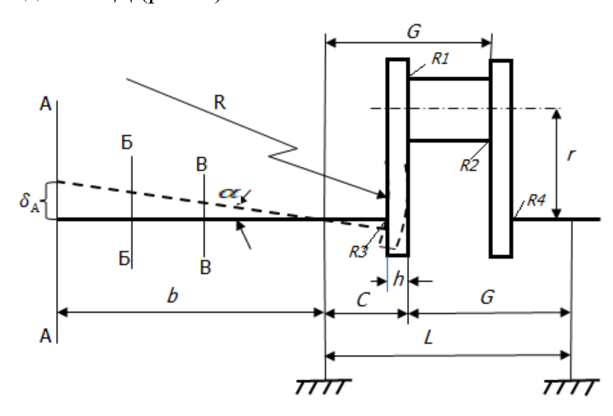


Рис. 6. Схема коробления КВ после ППД галтелей коренных и шатунных шеек

Суть метода заключается в определении смещения конца вала $\delta_А$ в сечении А–А в зависимости от его геометрических размеров: r — расстояние от оси коренной шейки (КШ) до оси шатунной шейки (ШШ); h — толщина щеки кривошипа; b — расстояние от оси КШ до конца КВ; L — расстояние между осями КШ одного кривошипа; C — расстояние от щеки кривошипа со стороны ШШ до оси КШ. Смещение $\delta_А$ соответствует углу отклонения оси вала от горизонтали, величина которого зависит от углового положения щеки кривошипа α, которая жёстко связана с коренной и шатунной шейками. Взаимосвязанные параметры $\delta_А$ и α зависят от средней величина остаточных напряжений сжатия $\sigma_о$ в поверхностном слое после ППД и глубины их залегания δ_σ. Кроме того, в работе [1] показано, что величину коробления многокривошипного КВ в основном определяет степень упрочнения галтелей КШ и ШШ, прилагающих к крайней щеке крайнего кривошипа.

С использованием рассмотренного метода получено выражение для расчёта суммарного коробления КВ, упрочнённого ВиУО:

$$\delta_А = \frac{6\,(1-\nu)}{E}\cdot\frac{r}{h^2}\cdot\frac{b}{L}\cdot K_у\cdot\sigma_{дт}\cdot K_{ко2}[-K_н(L+h-C)+(L-C)], \quad (1)$$

где E — модуль упругости первого рода; ν — коэффициент Пуассона; $\sigma_{дт}$ — динамический предел текучести; $K_{ко2}$ — коэффициент корректировки величины остаточных сжимающих напряжений ШШ в зависимости от их диаметральных размеров и деформационных параметров энергосилового воздействия части рабочей среды; $K_у$ = 1,1–1,5 — коэффициент корректировки глубины залегания остаточных сжимающих напряжений; $K_н$ — коэффициент, учитывающий отличие напряженного состояния КШ от напряженного состояния ШШ. В соответствии с результатами настоящих исследований этот коэффициент зависит от удаления от стенок рабочей камеры и составляет $K_н \approx 0{,}6$.

Для подтверждения адекватности модели (1) проведены экспериментальные исследования на 5 натурных КВ, прошедших полную механическую обработку. Материал коленчатого вала — сталь 45, твёрдость после отжига 180 – 228 HB, шатунные шейки диаметром 25 мм подвергнуты закалке ТВЧ на глубину 2–4 мм до твердости 52 – 65 HRC, при этом галтели радиусом 2 – 3,2 мм с шероховатостью R_a = 1,6 мкм остаются без термообработки. Механические характеристики материала КВ: ν = 0,25; $E = 2\cdot10^5$МПа; $\sigma_т$ = 360 МПа. Размеры КВ: r = 37,5 мм, h = 27 мм, L = 254 мм, C = 60 мм.

Упрочнение КВ проводилось по базовой технологической схеме (рис. 1 *а−б*) на виброустановке УВГ 2×50 с объемом рабочей камеры 50 дм^3. Рабочая среда — смесь закаленных полированных шариков диаметром 3−6 мм из стали ШХ15 твердостью 60 – 62 HRC. Параметры обработки: амплитуда вибраций — 3 мм; частота вибрации — 25 Гц; время обработки — 20 мин.

Коробление валов определялось путем замеров радиального биения коренных шеек до и после упрочнения индикатором с ценой деления 0,01 мм. КВ при этом устанавливался коренными шейками на призматические опоры и поворачивался от руки. На рис. 7 приведены экспериментальные и расчётные

значения радиального биения КВ после ВиУО в сечениях конца вала, удалённых от крайней щеки крайнего кривошипа на расстояния: А–А = 123 мм, Б–Б = 77 мм, В–В = 17 мм. Из этих данных следует, что отклонение фактических величин коробления КВ от расчётных составляет в среднем не более 15 – 20 %, что позволяет рекомендовать зависимость (1) для расчёта коробления КВ при виброударной обработке.

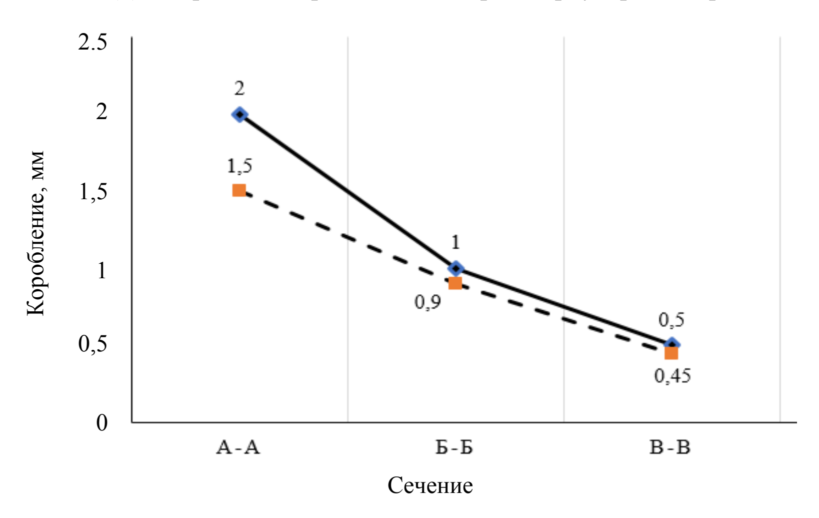


Рис. 7. Зависимость радиального биения КВ от местоположения контролируемого сечения: сплошная линия — экспериментальные значения, пунктирная — расчётные

Обсуждение и заключения. Виброударная обработка обеспечивает улучшение геометрических и повышение физико-механических параметров поверхностей шатунных и коренных шеек КВ. В результате обработки всех поверхностей коленчатого вала этим методом величина коробления не превышает допустимых значений, установленных техническими требованиями. Это позволяет сделать вывод об эффективности рассмотренного способа упрочнения КВ с целю повышения их эксплуатационных свойств.

Библиографический список

1. Зайдес, С. А. Влияние поверхностного пластического деформирования на качество валов / С. А. Зайдес, В. Н. Емельянов. — Иркутск : Изд-во Иркутск. национ. иссл. техн. ун-та, 2017. — 380 с.

2. Сидякин, Ю. И. Повышение циклической прочности галтелей ступенчатых валов обкаткой роликами или шариками / Ю. И. Сидякин, Д. А. Бочаров // Известия Волгоградского государственного технического университета. — 2009. — Т. 5. — № 8 (56). — С. 37–40.

3. Чайнов, Н. Д. Математическое моделирование технологического процесса обкатки галтелей коленчатого вала / Н. Д. Чайнов, В. В. Сусликов // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. — 2012. — № 10 (10). — С. 101–110.

4. Emelyanov, V. Research on Hogging process of Crankshaft with Five Rod Journals because of Stamping / V. Emelyanov // Journal of Engineering and Technology Research. — 2014. — Vol. 2 (2). — P. 65–69.

5. Бутаков, Б. И. Повышение контактной прочности стальных деталей обкатыванием роликами / Б. И. Бутаков, Д. Д. Марченко // Трение и износ. — 2013. — № 4. — Т. 34. — С. 404–414.

6. Лебедев, В. А. Технология динамических методов поверхностного пластического деформирования / В. А. Лебедев. — Ростов-на-Дону : Издательский центр ДГТУ, 2006. — 183 с.

7. Babunelson, V. Stress analysis and optimization of crankshafts subject to static loading / V. Babunelson // International Journal of Engineering and Computer Science. — 2014. — Vol. 3. — P. 5579–5587.

8. Применение вибрационных технологий на операциях отделочно-зачистной обработки деталей / А. П. Бабичев, П. Д. Мотренко Л. К. Гиллеспи [и. др.]. — Ростов-на-Дону : Издательский центр ДГТУ, 2010. — 289 с.

9. Копылов, Ю. Р. Виброударное упрочнение / Ю. Р. Копылов. — Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 1999. — 386 с.

10. Lebedev, V.A. Energy State of a Plastically Deformed Surface Layer / V.A. Lebedev, A.V. Kirichek, V. D. Sokolov // International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2016. Procedia Engineering. — 2016. — Vol. 150. — P. 775 – 781. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.07.106

11. Lebedev, V.A. The use of the rotating electromagnetic field for hardening treatment of details / V. A. Lebedev, A. A. Kochubey, A. V. Kiricheck // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. — 2017. — Vol. 177. — P. 012126. DOI:10.1088/1757-899X/177/1/012126

12. Jalal Fathi Sola. Fatigue life analysis of an upgraded diesel engine crankshaft / Jalal Fathi Sola, Farhad Alinejad // 11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI), 5th European Conference on Computational Mechanics (ECCM V), 6th European Conference on Computational Fluid Dynamics (ECFD VI). — Barcelona, Spain. — July 20–25, 2014.

13. Ali Keskin. Crack analysis of a gasoline engine crankshaft / Ali Keskin, Kadir Aydin // Gazi University Journal of Science. — 2010. — Vol. 23 (4). — P. 487–492.

14. Metkar, R. M. A fatigue analysis and life estimation of crankshaft - a review / R.M. Metkar, V. K. Sunnapwar, S. D. Hiwase // International Journal of Mechanical and Materials Engineering. — 2011. — Vol. 6 (3). — P. 425–430.

15. Марьина, Н. Л. Концентрация напряжений в коленчатом вале в условиях поверхностного пластического деформирования / Н. Л. Марьина // Современные материалы. Техника и технологии. — 2016. — № 1 (4). — С. 142–145.

Сдана в редакцию 08.06.2020
Запланирована в номер 20.08.2020

Об авторах:

Лебедев Валерий Александрович, профессор кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина 1), кандидат технических наук, профессор, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1838-245X, va.lebidev@yandex.ru

Пастухов Филипп Андреевич, ведущий инженер НИИ «Вибротехнология» ДГТУ, старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина 1), ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0668-5739, vibrotech@mail.ru

Чаава Михаил Мегонович, доцент кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина 1), кандидат технических наук, доцент, Researcher ID: AAO-7848-2020, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3726-4950, miho_ch@list.ru

Серга Георгий Васильевич, заведующий кафедрой «Начертательная геометрия и графика» ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет», (350044, РФ, г. Краснодар, ул. Калинина, 13), доктор технических наук, профессор, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8931-0464, serga-georgy@mail.ru

Заявленный вклад соавторов:

В. А. Лебедев — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, научное руководство; Ф. А. Пастухов — анализ результатов исследований, подготовка текста, формирование выводов; М. М. Чаава — проведение расчетов, подготовка текста, формирование выводов; Г. В. Серга — корректировка выводов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9.048 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-397-404

Исследование влияния технологических параметров на съём металла при центробежноротационной обработке



Нгуен Ван Тхо[1,2], Э. Э. Тищенко[1], И. А. Панфилов[1], А. А. Мордовцев[1]
[1]ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская федерация)
[2]Хайфон университет (г. Хайфонг, Вьетнам)

Введение. Представлены результаты исследований процесса единичного взаимодействия при центробежно-ротационной обработке деталей в абразивной дискретной среде. Одновременно с численным моделированием проведены эксперименты на центробежно-ротационной установке и исследованы максимальная глубина внедрения в поверхность детали, размеров единичных следов, съёма металла за один удар абразивной гранулы. Исследован съём металла с обрабатываемых деталей в зависимости от режимов обработки, характеристик абразивной частицы и обрабатываемого материала.
Материалы и методы. Учтены зависимости для определения съёма металла с обрабатываемых деталей (сталей 45, меди МОБ и алюминиевого сплава Д16Т) в зависимости от зернистости (Nз) абразивных частиц, рассматривается процесс единичного взаимодействия абразивной частицы с поверхностью заготовки в рамках динамической контактной задачи теории упругости. Авторами проведено конечно-элементное моделирование рассматриваемых конструкций в CAE пакете ANSYS.
Результаты исследования. Представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований процесса съёма металла с обрабатываемых деталей в зависимости от зернистости абразивных частиц. Описана методика их проведения, применяемый инструмент и оснастка. Сопоставлены результаты теоретических и экспериментальных исследований. Установлена их высокая сходимость. Подобраны абразивный инструмент и режимы обработки.
Обсуждение и заключения. Построенные в работе зависимости позволяют определить рациональные значения технологических параметров процесса ЦРО, и могут быть использованы при проектировании технологических процессов ЦРО. Следовательно, для достижения желаемого качества поверхности можно сэкономить временные и финансовые ресурсы.

Ключевые слова: съём металла с поверхности детали, глубина внедрения, единичное взаимодействие, расчёт удаления металла, центробежно-ротационная обработка.

Для цитирования: Нгуен, В. Т. Исследование влияния технологических параметров на съём металла при центробежноротационной обработке / Нгуен Ван Тхо, Э. Э. Тищенко, И. А. Панфилов, А. А. Мордовцев // Advanced Engineering Research. — 2020. — Т. 20, №4. — С. 397−404. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-397-404



Investigation of technological parameters effect on metal removal during centrifugal rotary machining

Nguyen Van Tho [1,2], Eh. Eh. Tischenko[1], I. A. Panfilov[1], A.A. Mordovtsev[1]
[1] Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)
[2] Hai Phong University (Hai Phong City, Vietnam)

Introduction. The study results on the single interaction under the centrifugal rotary part machining in the abrasive discrete medium are presented. Simultaneously with the numerical simulation, experiments were carried out on a centrifugal-rotary unit, and the maximum depth of penetration into the surface of the part, the single-track sizes, metal removal in one blow of an abrasive granule, were investigated. The removal of metal from workpieces was investigated

depending on the processing modes, characteristics of the abrasive particle and the processed material.
Materials and Methods. The dependences for determining the metal removal from workpieces (steels 45, copper Cu-OF, and aluminum alloy D16T) are taken into account depending on the grain size (Nз) of abrasive particles. The process of a single interaction of an abrasive particle and the workpiece surface is considered within the framework of the dynamic contact problem of the elasticity theory. The authors have carried out finite element modeling of the considered structures in CAE ANSYS package.
Results. The results of theoretical and experimental studies on the metal removal from workpieces depending on the grain size of abrasive particles are presented. The technique of their implementation, the tool and equipment used are described. The results of theoretical and experimental studies are compared. Their fine precision is established. Abrasive tools and processing modes are selected.
Discussion and Conclusions. The dependences constructed in the work provide determining the rational values of the technological parameters of the centrifugal rotary machining (CRM) process. They can be used under designing the CRM processes. Therefore, time and financial resources can be saved to achieve the desired surface quality.

Keywords: metal removal from the workpiece surface, penetration depth, single interaction, metal removal analysis, centrifugal rotary machining.

For citation: Nguyen Van Tho, Eh. Eh. Tischenko, I. A. Panfilov, et al. Investigation of technological parameters effect on metal removal during centrifugal rotary machining. Advanced Engineering Research, 2020, vol. 20, no. 4, pp. 397−404. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-397-404

Введение. В машиностроении технология шлифования всегда обеспечивает высокую точность поверхности и является последним шагом обработки поверхности деталей. Материалы, обладающие повышенной термостойкостью твердостью и высокой прочностью, могут обрабатываться с использованием технологии шлифования [1]. Для повышения эффективности процесса центробежно-ротационной обработки (ЦРО) необходимо оптимизировать модель фрикционного взаимодействия между абразивными частицами и поверхностью заготовки.

Обработка в среде свободного абразива позволяет обрабатывать детали различной формы, размеров и материалов с использованием простого и надежного оборудования. Температура в зоне обработки значительно ниже, по сравнению с процессом шлифования, а обработка сопровождается подачей технологической жидкости. В [2, 3] анализ термической текстуры и прогноз износа заготовки были выполнены методом конечных элементов и при помощи гауссовского процесса. Исследования, представленные в работах [4, 5], показали, что при скольжении частицы оксида алюминия происходит разрушение поверхности заготовки и съём металла с детали. В данной статье рассматривается процесс единичного взаимодействия заготовки с абразивной средой при ЦРО. Одновременно с численным моделированием проведены эксперименты исследования глубины внедрения абразивной гранулы в поверхность детали. Исследовано влияние зернистости абразивной частицы на съем металла с обрабатываемых деталей.

Исследования по определению влияния технологических параметров обработки ЦРО на качество и производительность изучено недостаточно глубоко. Это сдерживает широкое внедрение в производство технологии ЦРО. Для решения этой задачи необходимо получение теоретической модели процесса ЦРО, позволяющей прогнозировать результаты обработки еще на стадии проектирования.

Описание установки. Принцип работы ЦРО (рис. 1) состоит в следующем: заготовка 4 и абразивные частицы загружаются в рабочую камеру 1; абразивные частицы и заготовка движутся по спиральной орбите; вращающееся днище (ротор) 2 соединено с двигателем; внутренняя поверхность днища покрыта износостойким материалом для уменьшения трения.

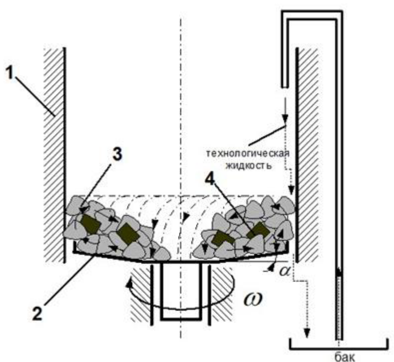


Рис. 1. Схема центробежно-ротационной обработки:
1 — цилиндрическая обечайка; 2 — ротор; 3 — абразивные частицы; 4 — заготовки

На рис. 2 изображена трехмерная модель взаимодействия абразивной частицы с заготовкой.

В работе [6] изучен процесс единичного взаимодействия абразивной гранулы с деталью. Особенности этого процесса представлены в работах [7–10]. Из работы [11] известно, что температура в зоне обработки невысока и не приводит к изменению структуры поверхностного слоя заготовки. В данной работе исследуется контактное взаимодействие абразивной частицы с поверхностью заготовки, абразив движется со скоростью v_0, угол контакта с поверхностью обрабатываемой детали α = 15°– 25° (рис. 2).

Исследование процесса единичного взаимодействия. Решение задачи теоретического моделирования единичного взаимодействия позволит исследовать влияние технологических параметров на ЦРО. Для создания математической модели съема металла с поверхности детали необходимо описать влияние факторов на форму и размеры следов взаимодействия гранулы с поверхностью.

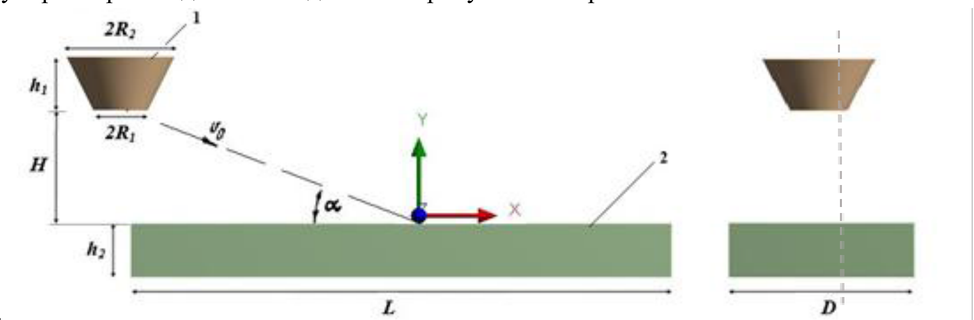


Рис. 2. Модель абразивной частицы и заготовки:
1 — абразивная частица; 2 — заготовка

Множество работ было посвящено процессу единичного взаимодействия [12, 14, 15]. Анализ работ [12–14] показал, что взаимодействие абразивной частицы с поверхностью заготовки происходит следующим образом: при столкновении движущейся частицы с поверхностью заготовки на некоторый угол α на абразивную частицу действует сила сопротивления P, которая состоит из касательной P_τ и нормали P_N. Задача сводится к движению кругового конуса с постоянной скоростью $v > 0$. В работах [5, 6] определена максимальная глубина внедрения при единичном взаимодействии.

$$h_{\max} = 2V_{эф} R \sin\alpha \sqrt{\frac{\rho_ш}{3\kappa_s c \sigma_s}} \quad (1)$$

где $\rho_ш$ — плотность материала; k_s — коэффициент, учитывающий влияние шероховатости поверхности заготовки на площадь фактического контакта; c — коэффициент несущей способности контактной поверхности; σ_s — предел текучести материала детали; R — радиус абразивной частицы; α — угол встречи абразивной частицы с поверхностью заготовки; $V_{эф}$ — эффективная скорость движущейся абразивной частицы, определяемая по формуле:

$$V_{эф} = \kappa_{эф} \omega R_{эф}, \quad (2)$$

где $R_{эф}$ — эффективный радиус ротора; ω — угловая скорость вращения ротора; $\kappa_{эф}$ — обобщенный коэффициент эффективной скорости.

Исходя из работы [4], при столкновении абразивной частицы с заготовкой с образованием эллиптического следа обработки значения полуосей a, b находятся по формуле:

$$b = \sqrt{R^2 - (R - h_{\max})^2}.$$

$$a = \frac{\pi}{2}(ctg\alpha - f)h_{\max} + b, \quad (3)$$

где f — коэффициент трения частицы по поверхности заготовки.

Разрушение поверхностного слоя происходит за счет микрорезания. Поэтому при расчете съема металла достаточно учитывать количество взаимодействий N_P, приводящих к микрорезанию [16]:

$$Q=N_p q,$$

где Q — съём металла с поверхности заготовки.

Подставив значение N_p из зависимостей выше, получим:

$$Q = P_1 P_2 \omega t q \frac{S_{дет}}{4R^2} \text{ при } S_{дет} \succ 4R^2 \quad (4)$$

$$Q' = P_1' P_2 \omega t q \text{ при } S_{дет} \prec 4R^2 \quad (5)$$

Конечно-элементные модели абразивных частиц и деталей были построены в программе ANSYS для того, чтобы исследовать максимальную глубину внедрения при единичном взаимодействии на основе параметров технологии ЦРО.

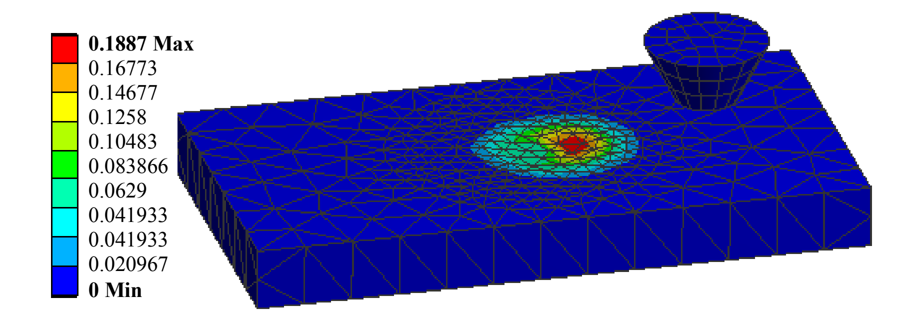


Рис. 3. Максимальная глубина внедрения при единичном взаимодействии

На рис. 3 представлено распределение вертикального смещения при ударе и скольжении фрагмента абразивной частицы по поверхности заготовки, рассчитанное в ANSYS, с учетом пластичности материала детали (билинейная модель).

Методика экспериментальных исследований. Исследование процесса съема металла с поверхности заготовки проходили на цилиндрических образцах из различного материала: сталь 45 алюминиевый сплав Д16Т, медь МОБ, 12 штук на образец (рис. 4). Твердость НВ измеряли на твердомере по Бринеллю. Твердость НВ и предел текучести материалов образцов показаны в таблице 1.

В качестве абразивных сред были выбраны: призмы белые ПТ 15×15 условно приравнивались к зернистости 25 (рис. 5 *а*); фарфоровые шары диаметром 10 мм условно приравнивались к зернистости М60 (рис. 5 *б*); ПТ 25×25 условно приравнивались к зернистости 12 (рис. 5 *г*); конус абразивный бело-зеленый зернистость 8, d=30 мм, h=30 мм (рис. 5 *д*).

Абразивные гранулы и заготовки загружаются в рабочую камеру ЦРО. Обработка выполняется с частотой вращения ω=12 об/с. Каждые 30 минут обработку останавливают, образцы вынимают из камеры, тщательно промывают и сушат. Для определения съема использовались весы AD 200. Во избежание коррозии использовался 0,2 % раствор кальцинированной соды.

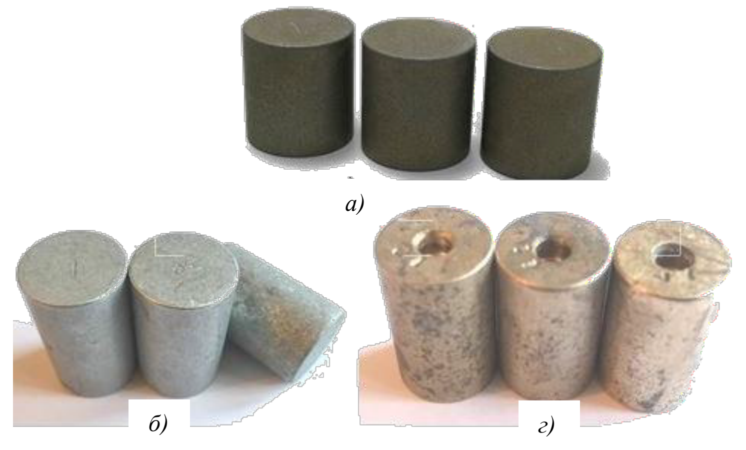


Рис. 4. Образцы для определения съёма металла с поверхности заготовки.

Материалы: *а* — сталь ХВГ, *б* — алюминиевый сплав Д16Т, *г* — медь МОБ

Таблица 1

Размеры и механические свойства материалов образцов

Материалы образцов	Размеры образцов, мм	Твердость, НВ	Предел текучести $\sigma_т$, МПа
Сталь 45	∅ 20x20	190–200	340
Алюминиевый сплав Д16Т	∅ 30x50	80–82	240
Медь МОБ	∅ 15x20	56–59	180



Рис. 5. Абразивные частицы использовались в ЦРО: *а* — призмы белые ПТ,
б — фарфоровые шары, *г* — ПТ 25×25, *д* — конус абразивный бело-зеленый

Результаты экспериментальных исследований. Проведены исследования зависимости процесса съёма металла от зернистости абразива ($N_З$). Для комплексной проверки теоретической модели сравнение производилось по результатам обработки 12 образцов каждой марки. Результаты теоретических расчетов с использованием зависимостей (4), (5) сравнивались с результатами экспериментальных исследований. По результатам экспериментальных и теоретических исследований построены графики.

На рис. 6–8 представлены зависимости съема металла с поверхности детали от зернистости абразивных частиц М60; 8; 12; 25, материал детали — сталь 45; алюминиевый сплав Д16Т, медь МОБ, режим обработки — число оборотов ротора $\omega = 12 об / с$.

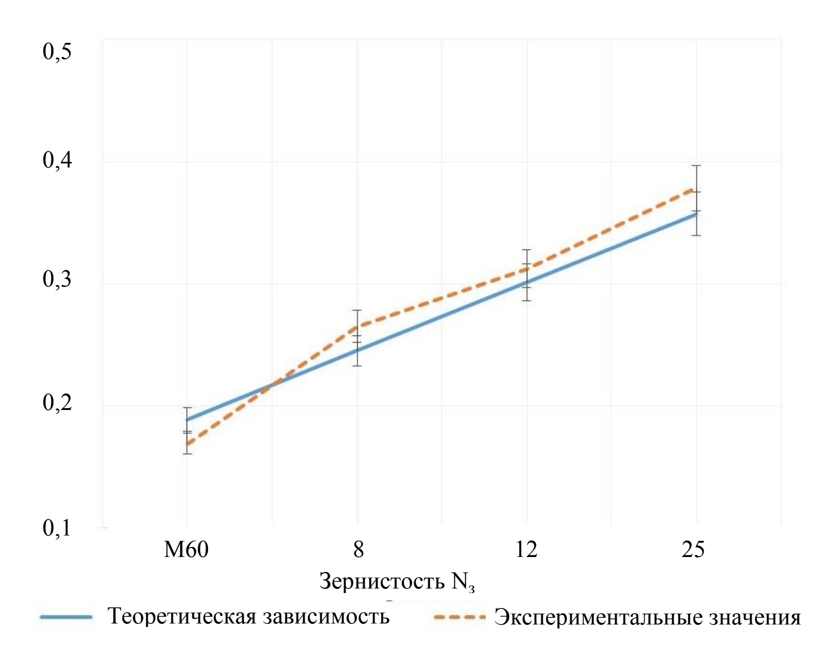


Рис. 6. Зависимость съёма металла от $N_З$, материал детали — сталь 45

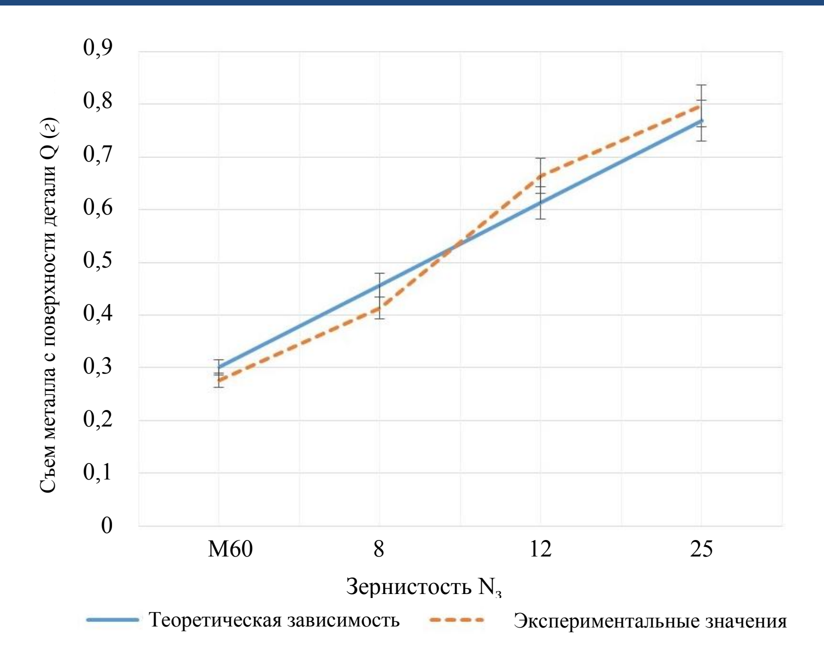


Рис. 7. Зависимость съёма металла от $N_З$, материал детали — Д16Т

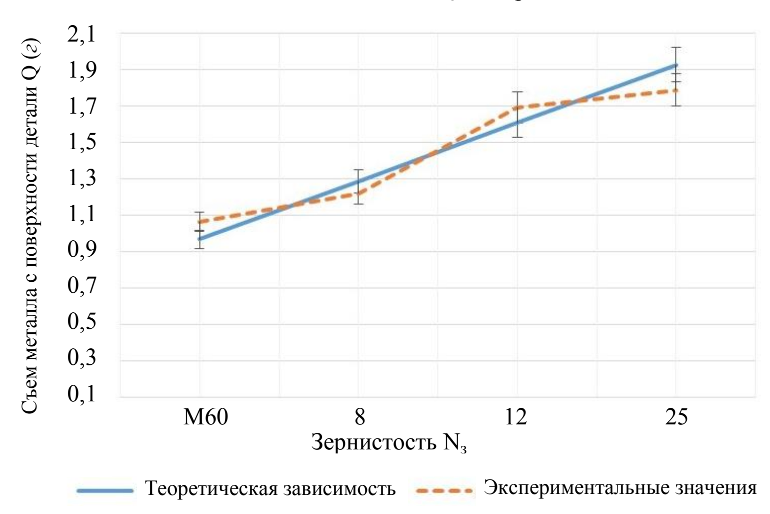


Рис. 8. Зависимость съёма металла от $N_З$, материал детали — МОБ

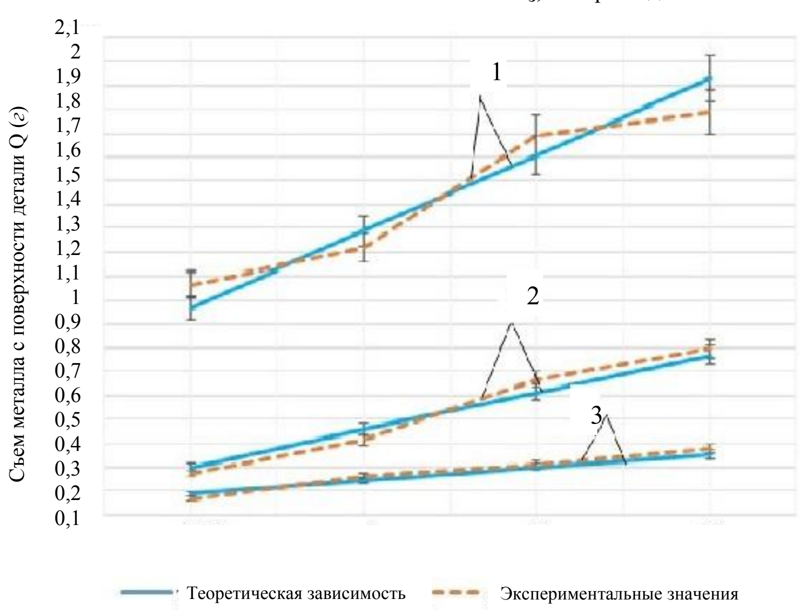


Рис. 9. Сравнение экспериментальных и теоретических зависимостей съёма металла от $N_З$: 1 — медь МОБ; 2 — алюминиевый сплав Д16Т, 3 — сталь 45

Обсуждение и заключения. По результатам теоретических и экспериментальных исследований найдены зависимости, представленные на рис. 6–9. Проанализировав результаты проведенных исследований, можно сделать следующие выводы:

1. Съём металла Q пропорционален увеличению зернистости абразивных частиц. При обработке с ω=12 об/с для стали 45 при Nз=М60 Q=0,169 гр, при Nз=25 Q=0,37 гр; для алюминиевого сплава Д16Т при Nз=М60 Q=0,267 гр, при Nз=25 Q=0,797 гр; для меди МОБ при Nз=М60 Q=1,065 гр, при Nз=25 Q=1,789 гр.
2. Влияние зернистости абразивной среды, механических свойств материала и режима обработки правильно отражает теоретическую модель единственного взаимодействия.
3. При сравнении результатов экспериментальных исследований с теоретическими данными разница составляет менее 20 % (с учетом съёма металла от зернистости абразивных частиц Nз).
4. Внедрение результатов исследований в производство позволило повысить производительность обработки в 1,5–2 раза при требуемом качестве обработанной поверхности и снижении износа рабочих сред.

Полученные результаты можно использовать для повышения эффективности технологического проектирования ЦРО и расширения технологических возможностей.

Библиографический список

1. Rowe, W. B. Principles of Modern Grinding Technology / W. B. Rowe // William Andrew, 2014. — 480 p.

2. Li Xin. Prediction of seal wear with thermal-structural coupled finite element method / Li Xin, Peng Gaoliang, Li Zhe // Finite Elements in Analysis and Design. — 2014. — Vol. 83. — P. 10−21. DOI: 10.1016/j.finel.2014.01.001

3. Anh Tran. A computationally efficient machine learning framework for local erosive wear predictions via nodal Gaussian processes / Anh Tran, John M. Furlan, Krishnan V. Pagalthivarthi [et al.] // Wear. — 2019. — Vol. 422−423. — P. 9−26. DOI: org/10.1016/j.wear.2018.12.081

4. Gee, M. Real time measurement of wear and surface damage in the sliding wear of alumina / M. Gee, J. Nunn // Wear. — 2017. — Vol. 376—377. — P. 1866−1876.

5. Тамаркин, М. А. Исследование удаления металла при центробежно-роторной обработке в абразивной среде / М. А. Тамаркин, Э. Е. Тищенко, В. В. Друппов // Вестник РГАТУ им. П. А. Соловьева. — 2007. — Т. 11, №1. — С. 169–186.

6. Повышение эффективности центробежно-ротационной обработки в среде абразива / М. А. Тамаркин, Э. Э. Тищенко, Ю. В. Корольков, О. А. Рожненко // СТИН. — 2009. — №2. — С. 26–30.

7. Теоретические и экспериментальные исследования процессов обработки фасонных поверхностей деталей свободным абразивом / М. А. Тамаркин, О. А. Рожненко, Э. Э. Тищенко, Ю. В.Корольков // Упрочняющие технологии и покрытия. — 2011. — №11. — С. 27–31.

8. Tamarkin, M. A. Reducing abrasive wear in centrifugal-rotary machining / M. A. Tamarkin, B. S. Glazman, Yu. V. Korol'kov [et al.] // Russian Engineering Research. — 2014. — Vol. 34 (1). — P. 60−64.

9. Soloviev, A. N. Computer Modeling and Experimental Research of Component Processing Procedure in the Centrifugal-Rotary Equipment / A. N. Soloviev, M. A. Tamarkin, Nguyen Van Tho [et al.] // Advanced Materials. — 2020. — Vol. 6. — P. 513−528.

10. Nguyen Van Tho. Finite Element Modeling Method of Centrifugally Rotary Processing / Nguyen Van Tho, A. N. Soloviev, M. A. Tamarkin [et al.] // Applied Mechanics and Materials. — 2019. — Vol. 889. — P. 140−147.

11. Тамаркин, М. А. Конечно-элементное моделирование термоупругого контактного взаимодействия в абразивной обработке поверхности деталей машин / А. Н. Соловьев, М. А. Тамаркин, Т. В. Нгуен // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. — 2019. − Т. 16, №01. — С. 51−58. DOI: 10.31429/vestnik-16-1-51-58

12. Непомнящий, Е. Ф. Трение и износ под воздействием струи твёрдых сферических частиц / Е. Ф. Непомнящий // Контактное взаимодействие твёрдых тел и расчёт сил трения и износа. — Москва : Наука, 1971. — С. 190–200.

13. Михин, Н. М. Внешнее трение твёрдых тел / Н. М. Михин. — Москва : Наука, 2002. — 222 с.

14. Бабичев, А. П. Основы вибрационной технологии / А. П. Бабичев, И. А. Бабичев. — Ростов-на-Дону : Издательский центр ДГТУ, 1998. — 624 с.

15. Тамаркин, М. А. Формирование параметров качества поверхности для центробежно-роторной обработки в абразивной среде / М. А. Тамаркин, Э. Е. Тищенко, В. В. Друппов // Упрочняющие технологии и покрытия. — 2007. — №10. — С. 19–24.

16. Ющенко, А. В. Исследование процесса съёма металла при абразивной галтовке / А. В. Ющенко, М. Б. Флек // Вестник Донского государственного технического университета. — 2013. — Т. 13, № 3–4. — С. 125–133.

Сдана в редакцию 27.08.2020
Запланирована в номер 20.10.2020

Об авторах:

Нгуен Ван Тхо, аспирант кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), научный сотрудник электротехника и машиностроение, Хайфон университет, г. Хайфонг, Вьетнам (Хайфонг, пл. Фан Данг Лыу, 117), ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9105-7701, thonguyen239@gmail.com

Тищенко Элина Эдуардовна, доцент кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5156-5544, lina_tishenko@mail.ru

Панфилов Иван Александрович, доцент кафедры «Теоретическая и прикладная механика» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат физико-математических наук, доцент, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-0955-0282, panfilov_i@prof-cad.ru

Мордовцев Алексей Александрович, аспирант кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9333-2076, mordovtsev_aa@mail.ru

Благодарность

Авторы выражают благодарность и глубокую признательность д-ру техн. наук, проф., **Тамаркину Михаилу Аркадьевичу** и д-ру физ.-мат. наук, проф., **Соловьеву Аркадию Николаевичу** и за ценные советы при планировании исследования и рекомендации по оформлению статьи.

Заявленный вклад соавторов:

Нгуен Ван Тхо — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение экспериментов, разработка программы в пакете ANSYS и проведение расчетов, анализ результатов исследований, подготовка текста. Э. Э. Тищенко — проведение экспериментов, анализ результатов исследований. И. А. Панфилов — разработка программы в пакете ANSYS. А. А. Мордовцев — анализ результатов исследований и корректировка выводов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.2, 51-74 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-405-413

Подход к прогнозированию ущерба из-за неблагоприятного стечения обстоятельств, связанного с неразличимостью исходных данных



В. Ф. Золотухин[1], А. В. Матершев[2], Л. А. Подколзина[3]
[1, 2] АО «ВНИИ “Градиент”» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)
[3] ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Введение. При администрировании сложных многопараметрических систем управленческие решения часто принимаются в условиях неопределенности. Остро стоит проблема снижения вероятности нежелательных событий и уменьшения возможного ущерба. Эффективность прогнозирования ущерба для сложных систем напрямую зависит от качества методов обработки, систематизации и количества входных данных. Необходимо совершенствовать методы оценки и прогнозирования ущербов и разрабатывать новые подходы и критерии статистического прогнозирования ущерба и оценки надежности системы. Решение таких задач осложняется большим числом показателей, неопределенностью данных, короткими рядами наблюдений, неполнотой исходной информации, недостаточно развитым научно-методическим аппаратом. Существующие методы прогнозирования ущерба в системах потенциально опасных объектов не учитывают причины происшествий, случившихся из-за неблагоприятных стечений обстоятельств. Как следствие, управленческие решения принимаются на основании недостоверных результатов прогнозирования. В связи с этим актуальной научной задачей представляется разработка методов и методик для формирования целесообразных управленческих решений, свободных от указанного недостатка.
Основная цель работы — рассмотрение частной задачи для прогнозирования ущерба из-за неблагоприятного стечения обстоятельств, связанного с неразличимостью исходных данных. Задачи: рассмотреть такой вид неопределенности, который включает в себя неразличимости истинного состояния системы и реального значения ее количественной характеристики; сформулировать задачу комбинаторики для случая, когда составной весьма опасный признак определяется совместным проявлением двух и более простых признаков.
Материалы и методы. В условиях множественной неразличимости в качестве исходных данных использованы: множество неразличимых исходов с достоверной информацией о факте реализации события и неопределенностью отнесения события к некоторому типу; семейство множеств, имеющих одинаковое число элементов. Учтены Декартово произведение семейств соответствующих множеств и фактическое значение группы составного потенциально опасного фактора с составным весьма опасным признаком. Представлена результирующая моноэлементная группа неразличимости, которая является также возможным событием, полученным в результате пересечения двух необходимых событий.
Результаты исследования. Установлено, что задача прогнозирования ущерба из-за неблагоприятного стечения обстоятельств соответствует задаче комбинаторного типа, состоящей в перечислении всех множеств-аргументов. Полученный диапазон, представляющий собой элементную группу неразличимости, характеризует меньшее и большее возможное значение численности группы потенциально опасного фактора с составным весьма опасным признаком. Показано, что сформулированные комбинаторные задачи без существенных изменений применимы к задачам в обобщенном виде, когда составные весьма опасные признаки определяются с применением не только операции пересечения, но также объединения и разности, а исходными не обязательно будут группы объектов с простыми признаками.
Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть использованы при построении сложных систем мониторинга, моделирования и прогнозирования многопараметрических объектов и динамических систем.

Ключевые слова: неразличимость, вероятность, математическая модель, риск, случайное событие, вероятность происшествия.

Для цитирования: Золотухин, В. Ф. Подход к прогнозированию ущерба из-за неблагоприятного стечения обстоятельств, связанного с неразличимостью исходных данных / В. Ф. Золотухин, А. В. Матершев,

Л. А. Подколзина // Advanced Engineering Research. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 405–413. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-405-413

Финансирование: работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-01-00357.

An approach to forecasting damage due to unfavorable circumstances associated with indistinguishability of source data

V. F. Zolotukhin[1], A. V. Matershev[2], L. A. Podkolzina[3]
[1, 2] SC "VNII 'Gradient'" (Rostov-on-Don, Russian Federation)
[3] Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

Introduction. When administering complex multi-parameter systems, management decisions are often made under uncertainty. There is an acute problem of reduction of the likelihood of unwanted events and mitigation of possible damage. The efficiency of predicting damage to complex systems depends directly on the quality of processing methods, systematization, and the amount of input data. It is required to improve methods for assessing and predicting damage and to develop new approaches and criteria for statistical forecasting of damage and evaluating the system reliability. The solution to such problems is complicated by a large number of indicators, data uncertainty, short series of observations, incomplete initial information, insufficiently developed scientific methodological apparatus. Existing methods for predicting damage in the systems of potentially dangerous objects do not take into account the causes of accidents that happened due to unfavorable circumstances. As a consequence, management decisions are made upon unreliable forecasting results. In this regard, an urgent scientific task is the development of methods and techniques for the formation of viable management decisions, free from this shortcoming. The major study objective is to consider a particular problem for predicting damage due to unfavorable circumstances associated with the indistinguishability of the initial data. The tasks are to consider this kind of uncertainty which includes indistinguishability of the true system condition and the real value of its quantitative characteristics; to formulate a combinatorial problem for the case when a rather dangerous composite feature is determined by the joint manifestation of two or more simple features.
Materials and Methods. Under the conditions of multiple indistinguishability, the following was used as the source data: a set of indistinguishable outcomes with reliable information on the event instance and the uncertainty of assigning the event to a certain type; a family of sets having the same number of elements. The Cartesian product of the families of the corresponding sets and the actual value of the group of a compound potentially dangerous factor with a compound rather dangerous feature are taken into account. The resulting mono-element fuzzy group is presented, which is also a possible event resulting from the intersection of two necessary events.
Results. It is established that the problem of predicting damage due to unfavorable circumstances corresponds to a combinatorial-type problem, which consists in enumerating all sets of arguments. The resulting range, which is an elemental group of indistinguishability, characterizes the smaller and larger possible values of the size of the group of a potentially dangerous factor with a composite rather dangerous feature. It is shown that the formulated combinatorial problems without significant changes are applicable to problems in a generalized form, when composite rather dangerous features are determined using not only the operation of intersection, but also uniting and difference; thereby, the initial groups are not necessarily the objects with simple features.
Discussion and Conclusions. The results obtained are focused on the construction of analytical algorithms for establishing indistinguishability under the monitoring, modeling, forecasting state-related processes and complex dynamic multi-parameter objects.

Keywords: indistinguishability, probability, mathematical model, risk, random event, accident potential.

For citation: V. F. Zolotukhin, A. V. Matershev, L. A. Podkolzina. An approach to forecasting damage due to unfavorable circumstances associated with indistinguishability of source data. Advanced Engineering Research, 2020, vol. 20, no. 4, p. 405–413. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-405-413

Funding information: the research is supported by RFFI grant no. 19-01-00357.

Введение. Деятельность в техногенной сфере предполагает риски и критические ситуации. Это могут быть разрушения систем (техника), потеря управления (военное дело), банкротство (экономика). Проблема прогнозирования актуальна для многих отраслей и напрямую связана с необходимостью совершенствования, раз-

вития, разработки и применения математического аппарата средств управления сложными многопараметрическими системами.

Остаются актуальными вопросы одновременной обработки динамических массивов разной степени структурированности. Прообразами математических моделей, содержащих подобные структуры, являются также оптимизационные задачи практического распределения ресурсов в условиях возможных трудно формализуемых воздействий [1]. Высокая степень неопределенности процессов снижает целесообразность использования ресурсоемких алгоритмов распределения. В то же время необходимо получать множества альтернативных решений. Это особенно важно в ситуациях нечеткости и противоречивости информации об имеющихся угрозах [2]. Если объект или процесс непредвиденно изменяется, то в момент принятия решения может отсутствовать адекватная математическая модель. При этом отказ сложных производственных объектов нередко становится причиной техногенных чрезвычайных ситуаций с серьезными экономическими, экологическими и социальными последствиями, что обусловливает необходимость совершенствования математических основ анализа рисков [3, 4].

Стратегические решения по управлению сложными многопараметрическими системами принимаются в условиях неопределенности. Цель управления современными рисками — недопущение критической ситуации. В случае же реализации негативного сценария необходимо минимизировать потери. Для прогнозирования ущерба и принятия адекватных решений ведется постоянный мониторинг, выявляющий основные факторы реализации критической ситуации [5].

Необходимо ранжировать и систематизировать риски по степени влияния на деятельность защищаемого объекта. Любая система характеризуется множеством параметров, которые зачастую носят случайный характер и подвержены изменениям. Эффективность прогнозирования ущерба для сложных систем напрямую зависит от качества методов обработки, систематизации и количества входных данных. Поэтому для оценки времени и условия наступления критической ситуации применяются комбинированные методы прогнозирования, содержащие экспертную, аналитическую, имитационную части и использующие аппарат теории вероятности [6, 7]. Критические значения можно определить аналитически по результатам обработки экспериментальных данных. Такая работа зачастую выполняется в условиях недостатка информации, поэтому возможны ошибки.

Количественной характеристикой степени опасности (или безопасности) систем и ситуаций является риск. Риском здесь и далее будем считать ущерб (последствия) от реализации возможного события в некоторой сложной системе [8]. Ввиду сложности и разнородности факторов, которые влияют на систему и должны быть учтены в процессе принятия решений, необходимо использовать совокупность методов анализа и обработки информации для оценки ущерба, полученного вследствие нарушений работоспособности систем.

Зачастую из-за сложности и дороговизны контроля часть параметров, связанных с техническим состоянием системы (далее — ТСС), является неразличимой. В общих случаях неразличимость рассматривается как неопределенность состояния, которая может проявляться не только в будущем, но и в настоящем (или ближайшем прошедшем) времени [9–10]. Неразличимость описывается в терминах теории возможностей, в которой разработаны методы получения простых числовых характеристик — оценок различных ТСС. Также это соответствует принципу принятия решений, основанных на фактах. Согласно этому принципу, неразличимость состояний системы вызвана неопределенностью знаний о ней и представляет конкретизацию неопределенности знаний о функционировании, физическом поведении. Неопределенности могут иметь экзогенный и эндогенный характер, обусловленный соответственно внешними и внутренними воздействиями [11]. Каждый из видов неопределенности может существенно ухудшать точность принимаемого решения.

Современное состояние проблемы. Значительное количество работ посвящено отдельным аспектам проблемы прогнозирования и оценки рисков при неразличимости данных. Однако эти изыскания лишены общего методологического базиса. В исследованиях [12–27] предлагаются частные решения, но общий математический аппарат все еще не разработан. Так, в [14–15] принимается, что оценка каждого из неразличимых между собой критериев равна среднему арифметическому их номеров. За ранг каждого из неразличимых критериев берется номер всей группы как целого объекта в упорядочении.

В статье [16] предложено унифицировать подходы к управлению комплексной безопасностью различных систем, а также показана ситуация, когда эксперт не различает некоторые критерии.

В [17] рассматривается задача построения интервальных оценок для неизвестной вероятности при наличии в результатах опытов множественных неразличимых исходов. Предлагаются два способа решения: учитывать все неразличимые исходы или же отбрасывать их. В обоих случаях возможны огрубление результата и ошибки.

В работе [18] уточняются неопределенность и неразличимость, возникающие при диагностике состояний энергоустановок. Неразличимость понимается как неопределенность состояния управляемого объекта для наблюдателя. При этом принимается, что неопределенность снижается по мере движения вниз по иерархическим рангам управления энергетическими системами. Кроме того, предложено ввести некоторый порог и считать решения неразличимыми в случае, если квадрат разности искомого значения не превышает установленного порога.

Аспект неразличимости упоминается в свете развития теории приближенных множеств в [19]. Раскрываются понятия нижней, верхней аппроксимации и пограничного региона. Это позволяет создавать решающие правила «если …, то» и оперировать только фактами, без допущений. Ссылаясь на [20], автор уточняет, что на основе теории приближенных множеств разработан один из главных методов принятия решений в области многокритериальной оптимизации.

В статье [21], посвященной безопасной эксплуатации грузоподъемных кранов, предложен метод экспертной оценки частоты неблагоприятного события, позволяющий разработать рекомендации по уменьшению риска.

В [22] рассматриваются проблемы военно-оперативных исследований в следующем контексте: военные корабли стремятся сдерживать и пресекать морской разбой, а модель движения пиратов основывается на прогнозе вероятности пиратства и на допущении Маркова. Автор использует решение задачи потока с минимальными затратами. Количество поисковиков не имеет значения. При этом предполагается, что они идентичны и неразличимы.

В исследовании [23] изучены операторы Т-неразличимости с геометрической точки зрения как частный случай обобщенных метрических пространств для дальнейшего применения при изучении нечетких подгрупп.

В [24] показано, что существующая неразличимость данных из множества наблюдений не позволяет давать точные оценки состояния системы. Значит, точный прогноз должен основываться на плотности вероятности неразличимых состояний. Эту плотность можно рассчитать, сначала вычислив оценку максимального правдоподобия состояния, а затем ансамблевую оценку плотности состояний, которые неотличимы от состояния максимального правдоподобия.

В [25] представлена характеристика функций, которые позволяют объединить операторы частичной Т-неразличимости (отношений) в новый набор. В [26] рассматривается агрегация операторов частичной Т-неразличимости и частичных псевдометрик. Анализируется агрегация набора операторов частичной Т-различимости и демонстрируется связь между функциями, которые:

— объединяют операторы частичной Т-неразличимости,

— сохраняют частичные Т-псевдометрики в процессе агрегации.

В работе [27] обосновывается связь неразличимости с нечеткими подмножествами. Доказывается, что базовое для них отношение является решеточным изоморфизмом.

Итак, известные подходы к проблеме неразличимости воздействующих факторов функционально ограничены. Они не обеспечивают необходимый уровень достоверности при принятии управленческих решений. Очевидны слабые места их научно-методической базы. Это в целом сдерживает развитие систем прогнозирования с учетом фактора неразличимости и доказывает востребованность разработки и совершенствования математического аппарата.

Таким образом, важная задача управления рисками — прогнозирование ущерба, вызванного неблагоприятным стечением обстоятельств ввиду неразличимости исходных данных. Ее решение представляет значительный теоретический и практический интерес для многих сложнопараметрических динамических систем.

Существующие методы прогнозирования ущерба в системах потенциально опасных объектов не учитывают причины происшествий, случившихся из-за неблагоприятных стечений обстоятельств. Как следствие, управленческие решения принимаются на основании недостоверных результатов прогнозирования. В связи с этим представляется актуальной научной задачей разработка методов и методик для формирования целесообразных управленческих решений, лишенных указанного недостатка.

Постановка задачи исследования. Ущерб, вызванный влиянием опасных факторов и реализацией угроз, не всегда удается заранее спрогнозировать из-за сложности различения обычных состояний многопараметрических объектов и систем, поведение которых не детерминировано. В результате возникает необходимость исследования и оценивания двух независимых видов неопределенности: неразличимости и недетерминированности. Рассмотрим модель прогнозирования из-за неблагоприятного стечения обстоятельств, связанную с неразличимостью исходных данных.

Покажем, что в терминах теоретико-множественного моделирования математическая модель неблагоприятного стечения обстоятельств представляет задачу комбинаторики с общими исходными данными. Сфор-

мулируем эту задачу для случая, когда составной весьма опасный признак определяется совместным проявлением двух и более простых признаков.

Материалы и методы. Исходные данные:

— множество неразличимых исходов U с числом элементов n, содержащее достоверную информацию о факте реализации события и неопределенность отнесения события к некоторому типу;

— семейство $\overline{A}_i$ множеств типа A_i, имеющих одинаковое число n_i элементов.

В условиях множественной неразличимости мы вынуждены для каждого i рассматривать все множества типа A_i, потому что любое из них может представлять группу объектов, которые приобрели i-й простой признак.

Рассмотрим Декартово произведение семейств $\overline{A}_1 \times \overline{A}_2 \times ... \times \overline{A}_k$. Его элементами являются все наборы ($A_1, A_2, \ ..., A_k$) множеств типа $A_1, A_2, \ ..., A_k$.

Рассмотрим ситуацию, когда множество $U = \{1,2,3,4\}$, $k = 2$ множества типа A_1 содержит по $n_1 = 3$ элементов, а типа A_2 — по $n_2 = 2$ элементов. Допустим, $A_{1ф} = \{1,2,3\}$, $A_{2ф} = \{1,4\}$. Тогда

— фактическое значение группы составного потенциально опасного фактора с составным весьма опасным признаком. В этом случае семейства $\overline{A}_1$ и $\overline{A}_2$ имеют вид:

$$\overline{A}_1 = \{\{1,2,3\}, \underline{\{1,2,4\}}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}\}, \tag{1}$$

$$\overline{A}_2 = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \underline{\{1,4\}}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3, 4\}\}. \tag{2}$$

Состав групп потенциально опасного фактора с простыми признаками имеет вид (3, 4), представляющий мономножественные группы неразличимости:

$$A_{1ф} : \{\underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{4}\}, \tag{3}$$

$$A_{2ф} : \{\underline{1}, 2, 3, \underline{4}\}. \tag{4}$$

Как видно, полученные семейства (1) и (2) содержат по $C_4^3 = 4, C_4^3 = 6$ элементов, представляют полиэлементные группы неразличимости и являются *необходимыми событиями.*

Декартово произведение этих семейств будет представлять совокупность, содержащую следующие $n_{1,2} = C_4^3 \cdot C_4^3 = 24$ различные пары элементов $\overline{A}_1$ и $\overline{A}_2$:

$$\begin{gathered} (\{1,2,3\}\{1,2\}), (\{1,2,3\}\{1,3\}), ..., (\{1,2,3\}\{3,4\}), \\ (\{1,2,4\}\{1,2\}), ..., \underline{(\{1,2,4\}\{1,4\})}, ..., (\{1,3,4\}\{3,4\}), \\ .... \\ (\{2,3,4\}\{1,2\}), ..., (\{2,3,4\}\{3,4\}). \end{gathered} \tag{5}$$

Можно увидеть, что $\overline{A}_1 \times \overline{A}_2$ является семейством различных пар множеств типа A_1, A_2, имеющих одинаковое число элементов — соответственно 3 и 2. При $k > 2$ Декартово произведение $\overline{A}_1 \times \overline{A}_2 \times ... \times \overline{A}_k$ будет семейством наборов, каждый из которых содержит по одному множеству типа $A_1, A_2, ..., A_k$.

Будем называть k-наборами упомянутые наборы — элементы $\overline{A}_1 \times \overline{A}_2 \times ... \times \overline{A}_k$. Каждому k-набору поставим в соответствие пересечение входящих в него множеств, то есть выделим в таких множествах общие элементы. Например, пересечениями для шестой и девятой пар в (5), имеющих вид $(\{1,2,3\}\{3,4\}) u (\{1,2,4\}\{1,4\})$, будут соответственно множества $\{1,2,3\} \cap \{3,4\} = \{3\} u \{1,2,4\} \cap \{1,4\} = \{1,4\}$.

Общий результат (5) будет иметь вид:

$$\begin{Bmatrix} \{1,2\} & \{1,3\} & \{1\} & \{2,3\} & \{2\} & \{3\} \\ \{1,2\} & \{1\} & \underline{\{1,4\}} & \{2\} & \{2,4\} & \{4\} \\ \{1\} & \{1,3\} & \{4\} & \{3\} & \{1,4\} & \{3,4\} \\ \{2\} & \{3\} & \{4\} & \{2,3\} & \{2,4\} & \{3,4\} \end{Bmatrix}. \tag{6}$$

Выражение (6) является результирующей моноэлементной группой неразличимости, а также *возможным событием*, полученным в результате пересечения двух необходимых событий (1) и (2).

Теперь рассмотрим функцию f с аргументами, являющимися упомянутыми пересечениями множеств типа $A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_k$, и со значениями, равными числу элементов этих пересечений:

$$f\left(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_k\right) = \left|A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_k\right| = r, \quad (7)$$

где k — число элементов соответствующего множества.

Для рассмотренных выше шестой и девятой пар:

$$f\left(\{1,2,3\} \cap \{3,4\}\right) = f\left(\{3\}\right) = 1,$$

$$f\left(\{1,2,4\} \cap \{1,4\}\right) = f\left(\{1,4\}\right) = 2.$$

Теперь можно увидеть, что речь идет о задаче комбинаторного типа, состоящей в перечислении всех множеств-аргументов для получения по ним различных значений. Такое перечисление можно найти после определения меньшего и большего значений f, которые совпадают с меньшим и большим возможными значениями численности группы объектов с составным весьма опасным признаком.

Результаты исследования. Рассмотрим следующее определение: *C* — возможное при осуществлении *E* событие, если $\mathrm{E} \cap \mathrm{C} \neq \emptyset$.

Будем исходить из того, что понятие возможности события обычно связано с предположениями в неопределенных обстоятельствах. Поэтому применение этого понятия неуместно, если известны *E*, *C* и осуществившийся исход $\mathrm{x} \in \mathrm{E}$. С появлением *E* ясно, что *C* либо имеет место, если $\mathrm{x} \in \mathrm{C}$, либо нет — в противном случае. При этом неопределенность отсутствует.

Самым распространенным, продуктивным и достаточным для наших целей является понятие возможного события, обусловленное неопределенностью в виде неразличимости появившегося исхода среди других исходов *E*. В связи с этим о *C* как о возможном событии говорят при перечисленных ниже дополнительных условиях.

Условие 1. Известны события *E* и *C* и, следовательно, их пересечение $\mathrm{E} \cap \mathrm{C} \neq \emptyset$ (по определению, это не пустое множество).

Условие 2. Не установлен исход x'_i, из-за которого происходит *E*, если $E = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ принадлежит более одного элемента. Известно лишь, что x'_i — один из элементов *E*, но не установлено, какой именно, т. е. $\exists!\, \mathrm{x}'_i \in \mathrm{E}$.

С учетом условий 1 и 2 конкретизируется общепринятый смысл утверждения, что *C* — важное событие. Итак, *C* либо *осуществлялось*, если неразличимый фактический исход $\mathrm{x}'_i \in \mathrm{E} \cap \mathrm{C}$ (а значит, $\mathrm{x}'_i \in \mathrm{C}$), либо *не осуществилось* — в противном случае (если $\mathrm{x}'_i \notin \mathrm{E} \cap \mathrm{C}$). Рассмотрим пример, иллюстрирующий возможное событие такого рода.

Пусть *E* и *C* состоят соответственно в появлении четного числа и больше трех очков при бросании игральной кости, то есть $E = \{2, 4, 6\}$, $C = \{4, 5, 6\}$. Здесь $\mathrm{E} \cap \mathrm{C} = \{4,6\} \neq \emptyset$. Известно, что *E* произошло, но не установлено, какой из его исходов имел место. В результате соблюдены выше приведенные условия, согласно которым *C* — возможное событие: оно осуществилось, если имел место либо исход $\mathrm{x}'_2 = 4$, либо исход $\mathrm{x}'_3 = 6$, и не осуществилось, если реализовался исход $\mathrm{x}'_1 = 2$.

Важным частным случаем возможного является необходимое событие *C*. Оно имеет место, если $\mathrm{E} \cap \mathrm{C} \neq \emptyset$ (условие 1), соблюдается условие 2 и $\mathrm{E} \subset \mathrm{C}$, то есть в случае, когда все исходы *E* принадлежат *C*. Какой бы из них ни появился, он приводит к осуществлению *C*.

В данном примере по $n = 4$, $n_1 = 3$, $n_2 = 2$ найдем, что f принимает два значения: 1 и 2. Это свидетельствует о том, что имеются лишь одно- и двухэлементные пересечения $A_1 \cap A_2$ множеств типа $A_1, A_2 \subset U$, $U = \{1,2,3,4\}$, т. е. в группе потенциально опасных объектов с составным весьма опасным признаком может быть либо 1, либо 2 объекта, и группа неразличимости (8) является числовой моноэлементной группой неразличимости:

$$\{1, \underline{2}\}. \quad (8)$$

Следующей вытекающей из рассматриваемой модели неблагоприятного стечения обстоятельств является частная задача, которая заключается в том, что каждое полученное выше значение f нужно разделить на *n*, т. е. найти ее нормированные значения — набор альтернативных частот приобретения произвольным объектом составного весьма опасного признака в условиях множественной неразличимости и недетерминированно-

сти. Последняя состоит в том, что частные $n_i \backslash n$ представляют частоты появления на произвольном объекте i-го простого признака для всех $i = 1, \ldots, k$.

Сформулируем цель решения следующей комбинаторной задачи, соответствующей частотной задаче: определить число s элементов $\overline{A}_1 \times \overline{A}_2 \times \ldots \times \overline{A}_k$, найти $s(r)/s$ для всех r.

Частные $s(r)/s$ для всех r представляют собой вероятности того, что число объектов с составным весьма опасным признаком будет равно определенному значению r. Для вычисления таких вероятностей в этой связи применим зависимость:

$$s = C_n^{n_1} \cdot C_n^{n_2} \cdot \ldots \cdot C_n^{n_k} . \qquad (9)$$

Аналогично, расширив рамки частной задачи, можно определить представляющий особый интерес набор альтернативных частот (отсутствия на произвольном объекте составного весьма опасного признака). Его можно найти, заменив в исходных данных множества типа A_1, A_2 на их дополнения типа $U \backslash A_1$, $U \backslash A_2$ с числом элементов $n - n_1 = 1$ и $n - n_2 = 2$ соответственно. При этом на предварительном этапе аналогично определяются семейства, Декартово произведение семейств, элементам которых ставятся в соответствие пересечения множеств типа ($U \backslash A_1 \cap U \backslash A_2$), и функция, значениями которой являются числа элементов таких пересечений. Определив эти числа, решим комбинаторную задачу, соответствующую одной частной задаче, а после нормализации

— другой. В терминах моделирования первой задачи применительно к новым исходным данным вторая представит:

— множество U с числом элементов n,

— различные множества $U \backslash A_1$ с одним и тем же числом элементов $n - n_1$,

— различные множества $U \backslash A_2$ с количеством элементов $n - n_2$ каждое.

Важное значение для практики имеет соответствующая проблеме комбинаторная задача с новыми исходными данными. Для ее решения целесообразно использовать результат следующих рассуждений. Пусть наряду с набором упорядоченных по возрастанию значений f получен набор аналогично упорядоченных значений — такой же, как f функции g, аргументы которой соответствуют новым данным. Можно показать, что первый и второй наборы имеют одинаковое число элементов. Пусть f_h и g_h — члены этих наборов с номером h. Можно убедиться, что члену g_h второго набора соответствует такое же число аргументов функции g, как и члену f_h первого набора, и число всех аргументов (вариантов) f и g одинаково, то есть равно s.

Следовательно, произвольному значению g_h функции g соответствуют в терминах модели частные типа $s(r)/s$, где $r = f_h$. Эти частные представляют соответствующие вероятности наличия групп объектов без составного весьма опасного признака различной численности, если вероятности появления различных групп объектов одинаковой численности с простым признаком i для всех $i = 1 \ldots k$ одни и те же.

Можно показать, что сформулированные комбинаторные задачи без существенных изменений применимы к задачам в обобщенном виде, когда составные весьма опасные признаки определяются с применением не только операции пересечения, но также объединения $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k$, разности $A_1 \setminus A_2$, $A_2 \setminus A_1$ и т. п., а исходными не обязательно являются только группы объектов с простыми признаками.

Обсуждение и заключения. Итак, установлено, что задача прогнозирования ущерба из-за неблагоприятного стечения обстоятельств соответствует задаче комбинаторного типа. Она состоит в:

— перечислении всех множеств-аргументов,

— выводе различных значений f,

— определении меньшего и большего значений f,

— получении диапазона возможных значений функции f, в котором находится его фактическое значение.

Этот диапазон представляет собой элементную группу неразличимости, характеризует меньшее и большее возможное значение численности группы потенциально опасного фактора с составным весьма опасным признаком и включает в себя несколько операций.

Полученные результаты ориентированы на построение аналитических алгоритмов установления неразличимости в процессе мониторинга, моделирования и прогнозирования процессов, связанных с состоянием, и сложных динамических многопараметрических объектов.

Библиографический список

1. Венцов, Н. Н. Формирование стартовой популяции в условиях неопределенностей / Н. Н. Венцов, Ю. О. Чернышев // Интеллектуальные системы и информационные технологии — 2019 : тр. междунар. науч.-тех. конгресса. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2019. — С. 25–30.

2. Подиновский, В. В. Потенциальная недоминируемость в задачах выбора нескольких лучших вариантов / В. В. Подиновский // Вестник Московского университета им. С. Ю. Витте. — 2013. — № 2. — С. 57–63. — (Образовательные ресурсы и технологии).

3. Чернышев, Ю. О. Эволюционный алгоритм поиска множества альтернативных маршрутов в условиях возможных воздействий / Ю. О. Чернышев, Н. Н. Венцов, И. С. Пшеничный // Инженерный вестник Дона. — 2018. — № 4 (51). — С. 42–56.

4. Кравцова, М. В. Оценка техногенного риска технически сложных производственных объектов машиностроения / М. В. Кравцова // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. — 2012. — Т. 14, № 1–3. — С. 877–884.

5. Буньковский, Д. В. Инструменты управления предпринимательскими рисками / Д. В. Буньковский // Вопросы управления. — 2019. — № 1 (37). — С. 65–76. DOI: 10.22394/2304-3369-2019-1-65-76

6. Белых, А. А. Основы методологии прогнозирования и оценки эффективности информационных систем / А. А. Белых // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. — 2011. — № 71. — С. 111–133.

7. Орлов, А. И. Менеджмент / А. И. Орлов. — Москва : Изумруд, 2003. — 298 с.

8. Математическое моделирование техногенного риска / В. А. Остейковский [и др.]. — Сургут : ИЦ СурГУ, 2010. — 96 с.

9. Гермейер, Ю. Б. Введение в теорию исследования операций / Ю. Б. Гермейер. — Москва : Наука, 1971. — 384 с.

10. Золотухин, В. Ф. Характеристики техногенной безопасности в условиях неразличимости / В. Ф. Золотухин, А. А. Захаров, В. Ю. Рева // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2009. — Т. 91, № 2. — С. 54–58.

11. Целигоров, Н. А. Математические модели неопределенностей систем управления и методы, используемые для их исследования / Н. А. Целигоров, Е. Н. Целигорова, Г. М. Мафура // Инженерный вестник Дона. — 2012. — Т. 23, № 4–2. — 48 с.

12. Золотухин, В. Ф. Фундаментальные числовые характеристики, возможности, возможные распределения и меры / В. Ф. Золотухин // Автоматика и телемеханика. — 2003. — № 12. — С. 152–159.

13. Гусев, Л. А. Об одной оценке эффективности машинной диагностики двигательных нарушений / Л. А. Гусев, О. Е. Хуторская // Автоматика и телемеханика. — 2003. — № 12. — С. 112–121.

14. Литвак, Б. Г. Экспертная информация: методы получения и анализа / Б. Г. Литвак. — Москва : Радио и связь, 1982. — 184 с.

15. Ажмухамедов, И. М. Моделирование на основе экспертных суждений процесса оценки информационной безопасности / И. М. Ажмухамедов // Вестник — (Управление, вычислительная техника и информатика) Астраханского государственного технического университета. — 2009. — № 2. — С. 101–109.

16. Ажмухамедов, И. М. Анализ и управление комплексной безопасностью на основе когнитивного моделирования / И. М. Ажмухамедов // Управление большими системами. — 2010. — № 29. — С. 5–15.

17. Гусев, Л. А. Интервальные оценки вероятности при наличии неразличимости / Л. А. Гусев // Проблемы управления. — 2013. — № 4. — С. 16–22.

18. Крохин, Г. Д. Источники информации и причины ее неопределенности, выявленные при диагностике состояния энергоустановок / Г. Д. Крохин // Вестник НГУЭУ. — 2014. — № 1. — С. 292–311.

19. Фатуев, В. А. Управление динамическими системами с использованием ситуационных и регрессионных моделей / В. А. Фатуев, М. А. Сафронова // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. — 2012. — № 2. — С. 118–127.

20. Greco, S. Rough sets theory for multicriteria decision analysis / S. Greco, B. Matarazzo, R. Slowinski // European Journal of Operational Research. — 2001. — Vol. 129 (1). — P. 1–47.

21. Короткий, А. А. Обоснования безопасности грузоподъемных кранов / А. А. Короткий, Е. В. Егельская, А. П. Шерстюк // Вестник Донского государственного технического университета. — 2017. — Т. 91, № 4. — С. 136–143.

22. Bourque, F.-A. Solving the moving target search problem using indistinguishable searchers / F. A. Bourque// European Journal of Operational Research. — 2019. — Vol. 275 (1). — P. 45–52. DOI:10.1016/j.ejor.2018.11.006

23. Jacas, J. The group of isometries of an indistinguishability operator / J. Jacas, J. Recasens // Fuzzy Sets and Systems. — 2004. — Vol. 146 (1). — P. 27–41. DOI:10.1016/j.fss.2003.11.004

24. Judd, K. Indistinguishable states: I. Perfect model scenario / K. Judd, L. Smith // Physica D: Nonlinear Phenomena. — 2001. — Vol. 151(2–4). — P. 125–141. DOI:10.1016/s0167-2789(01)00225-1

25. Calvo, T. On the problem of aggregation of partial T-indistinguishability operators / T. Calvo, P. Fuster, O. Valero // Atlantis Studies in Uncertainty Modelling. — 2019. — Vol. 1. — 52–59. DOI: 10.2991/eusflat-19.2019.8

26. Sánchez, T. C. Aggregation of partial *T*-indistinguishability operators and partial pseudo-metrics / T. C. Sánchez, P. Fuster-Parra // Fuzzy Sets and Systems. — 2021. — Vol. 403. — P. 119–138. DOI: 10.1016/j.fss.2019.10.009

27. Mattioli, G. Structural analysis of indistinguishability operators and related concepts / G. Mattioli, J. Recasens // Information Sciences. — 2013. — Vol. 241. — P. 85–100.

Сдана в редакцию 29.07.2020
Запланирована в номер 12.10.2020

Об авторах:

Золотухин Владимир Филиппович, сотрудник АО «ВНИИ «Градиент», (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, ул. Соколова 96), доктор технических наук, профессор, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-8449-5826, ScopusID: 7006603308, chita1983@rambler.ru

Матершев Александр Владимирович, аспирант АО «ВНИИ «Градиент», (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, ул. Соколова 96), соискатель ст. кандидата тех. наук, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9533-3785, matershev.aleksandr@mail.ru

Подколзина Любовь Александровна, аспирант кафедры «Информационные технологии» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9476-5802, ScopusID: 57200151503, Researcher ID: M-5035-2019, podkolzinalu@gmail.com

Заявленный вклад соавторов:

В. Ф. Золотухин — формирование основной концепции, научное руководство, анализ результатов исследований, доработка текста, корректировка выводов. А. В. Матершев — постановка цели и задачи исследования, проведение расчетов, формулирование выводов. Л. А. Подколзина — обзор литературных источников, анализ расчетов, подготовка текста, формулирование выводов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 004.93 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-414-421

Criteria of evaluating augmented reality applications



M. R. Ablyaev, A. N. Abliakimova, Z. S. Seidametova
Crimean Engineering-Pedagogical University (Republic of Crimea)

Introduction. The field of augmented reality (AR) is growing rapidly and has great advances in interaction, navigation and tracking. Nowadays there are a lot of trends for AR applications in different areas (education, entertainment, business, medicine, etc.). However, there is a lack of research to provide the evaluating AR apps framework to support developers when creating suitable AR applications for specific needs. We provide a practical approach to quantify some of the AR applications features. We focus on the development of criteria for evaluating augmented reality applications. We discuss the criteria of choosing dimensions for that space such as standards for AR, tools for AR development, navigation and tracking, content management, usability. We provide analysis and evaluation of AR apps through each characteristic using guidelines which we have developed.
Materials and Methods. An AR application is a software application that integrates digital visual, audio and other types of content into a real-world environment. The software quality and performance are the main characteristics of the application, which are key factors for AR applications. The analysis of scientific papers, documents and standards made it possible to determine characteristics that are the most significant quality indicators based on well-grounded users' needs and demands.
Results. The criteria we have developed for evaluating applications with augmented reality enable developers to create their own software products in stages, based on step-by-step requirements for them, evaluating the development process by characteristics. This approach will allow you to create high-quality software products using standardized, modern development tools.
Discussion and Conclusions. In addition, developers will have a detailed understanding of each stage of creating the application and the necessary development tools and technologies to obtain the highest quality result. That will give an opportunity to decide on specific development tools, methods, models and technologies before starting work on a project. As a result, it will provide the final high-quality software product with good extensibility and compliance with the modern requirements of the digital industry market.

Keywords: augmented reality, software development kit, navigation and tracking, content management, usability.

For citation: M. R. Ablyaev, A. N. Abliakimova, Z. S. Seidametova. Criteria of evaluating augmented reality applications. Advanced Engineering Research, 2020, vol. 20, no. 4, pp. 414–421. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-414-421



Критерии оценивания приложений дополненной реальности

М. Р. Абляев, А. Н. Аблякимова, З. С. Сейдаметова
ГБОУВО РК «Крымский инженерно-педагогический университет имени Февзи Якубова», (г. Симферополь, Республика Крым)

Введение. Дополненная реальность (AR) является быстроразвивающейся отраслью, которая значительно продвинулась в вопросах взаимодействия, навигации и отслеживания объектов. В настоящее время существует множество направлений AR, которые применяются в различных областях (образование, развлечения, бизнес, медицина и т.д.). Однако отсутствуют чёткие критерии оценки фреймворков AR-приложений для поддержки разработки таких приложений под конкретные задачи. В статье предложен подход, позволяющий количественно оценить некоторые характеристики AR-приложений. В данной статье сделана попытка разработки критериев оценки приложений дополненной реальности. Предложены критерии выбора измерений пространства разработки, такие как стандарты для AR, инструменты для разработки AR, навигация и отслеживание объектов,

управление контентом, удобство использования (юзабилити). Предоставлены анализ и оценки AR-приложений по каждой предложенной характеристике.

Материалы и методы. AR-приложение – это программное приложение, которое интегрирует цифровой визуальный, аудио-контент и другие типы контента в реальную среду. Качество и производительность программного обеспечения являются основными характеристиками приложения, которые являются критически важными факторами для приложений AR.

Анализ научных работ, документов и стандартов позволил определить характеристики, которые являются наиболее значимыми качественными показателями, основанными на обоснованных потребностях и требованиях пользователей.

Результаты исследования. Разработанные нами критерии оценки приложений с дополненной реальностью позволяют разработчикам создавать свои собственные программные продукты поэтапно, основываясь на пошаговых требованиях к ним, оценивая процесс разработки по характеристикам. Такой подход позволит создавать высококачественные программные продукты, используя стандартизированные, современные средства разработки.

Обсуждение и заключения. Разработчики будут иметь детальное понимание на каждом этапе создания приложения, что позволит выбирать необходимые инструменты и технологии разработки для получения результата наивысшего качества. Это также даст возможность определиться с конкретными инструментами, методами, моделями и технологиями разработки до начала работы над проектом. В результате будет получен конечный высококачественный программный продукт с хорошей расширяемостью и соответствием современным требованиям рынка цифровой индустрии.

Ключевые слова: дополненная реальность, комплект разработки программного обеспечения, навигация и отслеживание, управление контентом, юзабилити.

Для цитирования: Абляев, М. Р. Критерии оценивания приложений дополненной реальности / М. Р. Абляев, А. Н. Аблякимова, З. С. Сейдаметова // Advanced Engineering Research. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 414–421. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-414-421

Introduction. The development of the modern market of augmented reality (AR) technology contributes to the emergence of a larger number of AR-applications widely used in industries including healthcare, public safety, gas and oil, tourism and marketing, entertainment and academia. In connection with the increased interest in this technology, the development of functional capabilities of AR projects is also carried out, which stimulates an increase in the needs of AR-technology using in the most diverse sectors of modern society.

Unfortunately, some significant aspects of the AR applications development and implementation and AR services, often ignored for the design simplicity and implementing speed, are the compliance with such systems to real conditions and the evaluating under real operating conditions. To develop successful and highly efficient AR systems that can be adopted in everyday scenarios, user assessment and feedback are very important [1].

Augmented reality is a very young industry, and there are still no generally accepted standards for developing AR applications. Although the main platforms for creating augmented reality applications have been defined: ARKit[1], ARCore[2] and Unity[3] (mostly used) – even now AR applications developed using these tools are available for launch only on a limited type of digital and mobile devices.

The situation is exactly the same with wearable devices, HoloLens and Magic Leap glasses – each manufacturer offers its own unique software for creating augmented reality programs. Experts give several years before the industry consolidates and common standards allow making the development of augmented reality applications accessible and universal for all AR developers.

Rapid progression of the AR field requires effective and validated methods of design evaluation to be developed. Failure to consider the usability of AR applications during the design process will result in an increase in user errors and accidents, limiting user trust of the technology and undermining user perceptions of the technology, for both AR and Virtual Reality (VR) technologies [2].

The authors of the papers [1], [2], [3] provided an overview of the important designing and implementing features of AR applications and proposed theoretical evaluation of AR systems and frameworks through the standardization aspects. Endsley and others [4] described principles of design heuristics for AR for multi-dimensional augmented environments. Some examples of user experience evaluations were presented in the papers [5], [6], [7], [8], [9], [10].

J. L. Gabbard and J. E. Swan [11] proposed a Usability Engineering (UE) for Augmented Reality approach that

[1] Augmented Reality – Apple Developer. https://developer.apple.com/augmented-reality/
[2] ARCore – Google Developers. https://developers.google.com/ar
[3] Unity for all. https://unity.com/

inserts iteratively a series of user-based studies into a traditional usability-engineering life cycle. Several usability testing methods of the AR application (subjective measurement using human perception, objective measure from observation, evaluation by expert through cognitive walkthrough, heuristic evaluation, lab observation, questionnaire) were described by Pranoto and others [12]. Martins and others [13] presented practical use of the usability methods for evaluating an AR children's book with multiple methods. Other aspects of AR technology tools and AR applications evaluating were presented in the papers [14] and [15].

Akgul and others [16] adapted an existing deep learning architecture to solve the detection problem in AR application using camera-based tracking. Other methods that help to improve AR application and to increment the productivity in manufacture were described in [17], [18], [19].

There are several survey papers on AR development, but none is dedicated to Mobile Augmented Reality. Huang and others [20] present the results of the latest technologies and methods survey that improves run-time performance and energy efficiency for the practical implementation of mobile AR applications.

We have presented AR application "Tilsimli arifler" ("Magic letters") and special features of design and developing mobile AR application for enhancing early literacy skills in our papers [21], [22].

Software quality and performance. An AR application is a software application that integrates digital visual, audio and other types of content into a real-world environment. The software quality and performance are the main characteristics of the application, which are key factors for AR applications. Software development is a complex and multi-faceted process, in which a large number of specialists of various areas of expertise and various skill levels participate. In addition, many technical, technological, and managerial issues intertwine in the application development process. The success of the project and the quality of the developed product depend on their adequate involvement.

The analysis of papers, documents (e.g., [2], [3], [10], [16], [22]) and standards (e.g., ISO-IEC JTC 1 SC 24, 18521-1[1], ISO 9000[2]) shows that the following characteristics are the key quality indicators based on well-grounded users' needs and demands:

— inadequate functioning of the software product;

— insufficient interaction of the product with other software, hardware, telecommunications;

— failures of the software application during the intended use;

— the slowed down time of the software product and the delay in the presentation of intermediate and output information;

— incomplete display of information;

— inconsistency of stored data and information entered by the operator;

— loss of relevance of the information;

— violation of the confidentiality of information.

In addition to such "primary" quality data coming directly from the consumer, developers use "internal" indicators to evaluate the parameters of the current project:

— the lines of code in the standard mode;

— the number of detected errors per 1000 lines of code;

— program complexity parameters;

— the probability of occurrence of specific errors;

— the project complexity and cost of a code unit;

— price of a "man-month";

— statistical characteristics of processes (expectation, variance, correlation function, etc.) and other estimated parameters.

Augmented Reality Application Evaluation Criteria. Ten experts with more than 3 years' experience in AR application development help us to create criteria for evaluating AR apps. We divided the main criteria for assessing the quality of augmented reality applications into 5 groups (Fig 1):

— AR app design and Art design;

— Graphic programming;

— AR applications programming;

— Application profiling and optimization;

— Publishing applications (build).

When developing an *AR application design*, we recommend the following characteristics that should be con-

[1] Kim G. Augmented Reality Continuum Concepts and Reference Model – Part 1: ARC Reference Model (Work Item Proposal), ISO-IEC JTC 1 SC 24, 18521-1. 2012.

[2] ISO 9000 Family Quality Management. https://www.iso.org/iso-9001-quality-management.html

sidered:

1. The surface. How the application can adapt to various surfaces. If you use frameworks, you can use the built-in surface detection function. For example, the application can recognize the floor, walls and objects.
2. Shine. Evaluation of illumination is very important for the realism of objects. It is advisable to use dynamic lighting with shadows in real time.
3. Space needed. Users can experience AR in three different sizes: table scale, room scale, and open environment. The user should always have enough space to simply enjoy the experience. Thus, it is necessary to think over this before the user starts using the application. For example, if an application requires an open environment, you need to inform the audience in advance before they start using the product.
4. Single-user or multi-user product. If you are developing a multi-user interface, you should design the product when everyone is involved in the process. It is important to create a sense of audience connection with the product. For example, if you are developing an AR game, you can provide a map that shows the location of users and provides real-time status notifications.

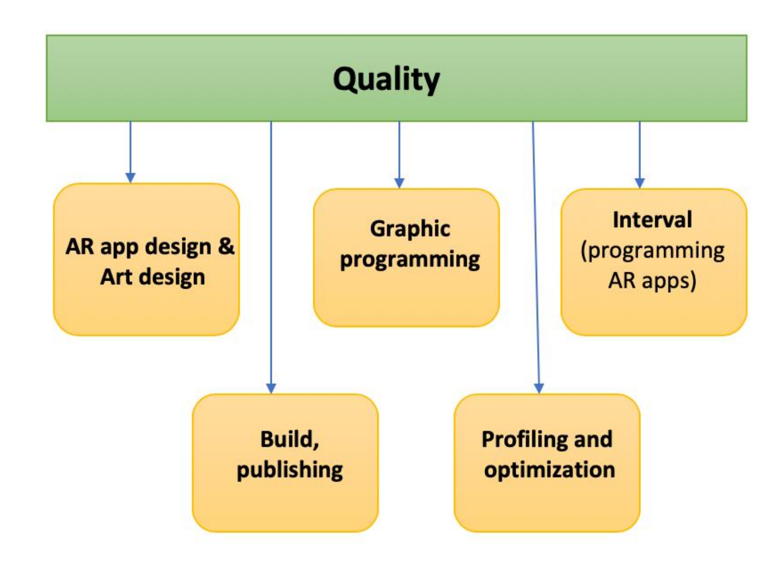


Fig. 1. Evaluation criteria for AR applications

The main criteria are highlighted as follows (Table 1).

Table 1

AR App Design and Art Design evaluation points

AR App Design and Art Design	25
Actual requirements (of the market) in terms of application design	2
Interface design requirements	2
UX features for AR applications	1
Target platform specifications	2
3D modeling principles	1
Principles of work with particle systems	1
Types and features of the creation and use of textures	1
Principles of working with shaders and materials, rendering features	2
Features for customizing models and textures, as well as materials for export to the game engine	1
Create high-quality 3D models in modern editors	2
Create UV-scan in modern editors	2
Texturize models in modern editors	2
Rigging and animating models in modern editors	2
Customize animation in game engines	2
Create and customize shaders, materials in simulation programs and game engines	2

The initial version of Table 1 was proposed by the authors, then it was discussed with ten experts in AR devel-

opment using brainstorming techniques.

To solve the problems of displaying complex graphic objects, it is necessary to develop effective methods and algorithms for processing graphic information at the stages of input, encoding, transformation and image formation. All of this makes up a set of basic computer graphics tasks, so we have identified the main components needed to create a high-quality graphic component (Table 2).

Graphic programming enables to create visual effects through the development of shaders using the functions of graphic libraries, customizing the rendering of the development environment, using effective postprocessing libraries, customizing shadows, and more. All these components make it possible to obtain high-quality images by applying various effects, as well as improve the optimization of application performance.

Table 2

Graphic programming evaluation points

Graphic programming	25
Rendering features on the target platform	2
Using textures and materials in the game engine	2
Features of the work of graphic libraries	2
Principles of rendering geometric objects and images	2
Principles of proper postprocessing	3
Features of implementing lighting and shadows on the used game engine and target platform	3
Configure static and dynamic lighting in the used game engine	2
Optimize rendering processes	3
Customize postprocessing and final image appearance	2
Create procedural geometry using game engine tools	2
Programming the rendering of the frame	2

Evaluation points presented in Table 2 were proposed by the authors and later they were discussed with ten experts in AR development.

During the development of the software part of the mobile application with augmented reality, it is necessary to precisely determine the fundamental development tools, and, accordingly, the programming languages, programming environments, patterns, architecture, etc. This is necessary for a clearer and more coordinated team work, understanding the requirements and tasks, comprehension of the logic and sequence of application development, orientation in the project, reducing risks, and interaction of each team member with each other. To achieve this, we have identified the following points for the programming phase, which should be followed in order to obtain a positive result of the development process (Table 3).

Table 3

AR Applications Programming evaluation points

AR Applications Programming	25
Modern programming languages used in AR development	2
OOP principles	2
Building an application architecture	2
Principles of building AR applications	2
Code design standards	2
Basic math for AR applications	2
Work with a network in the context of AR	2
Work with modern AR application development environments	2
Write high-quality code in modern programming languages used in AR	2
Implement specific application mechanics as soon as possible	2
Use development environments for writing and debugging code	2
Work with necessary SDKs for AR	2
Use collaboration tools	1

The evaluation points presented in Table 3 were proposed by the authors and brainstormed with ten experts in AR development.

When developing applications with augmented reality, it is important to consider the features of application

optimization for PC and mobile devices, as well as the architecture of mobile devices in the context of application optimization. In this regard, we have identified the points that we advise to adhere to during the development in order to achieve maximum optimization of AR applications (Table 4).

The profiler tool provides specific data on game performance and facilitates its optimization process. The profiler provides frame-by-frame metrics with which you can more easily identify problem areas.

Table 4

Application Profiling and Optimization evaluation points

Application Profiling and Optimization	16
Optimization of AR application performance	3
Optimization of 3D objects	2
Geometry optimization	2
Optimization of textures and materials for the target platforms	2
Optimization of the main application processes	2
Optimization of physics in the application	2
Using built-in game engine profilers, as well as external profilers	3

Table 4 was created by the authors and then it was discussed with ten experts in AR development.

After completion of all stages of the application development, it is important to publish the application. The publication represents the release of the application on any platform where the customer (end-user) can easily download the final version of product, get acquainted with it, get all the necessary documentations, technical support and feedback from the developer. Each of the platforms puts forward its specific requirements to the publishing application, which are necessary for correct displaying the application in the platform's market, obtaining all information about the application's operation, ensuring end-user security, promoting the application, and more. In this regard, the publication is one of the most important and crucial stage of the development. We have identified several main platforms, before using which it is necessary to familiarize yourself with all the documentation and assembly features for the appropriate platform (Table 5).

Table 5

Publishing applications (build) evaluation points

Publishing applications (build)	9
Features of building an application for Windows	3
Features of the build application for Android.	3
Features of the build application for OS X/ iOS.	3

Evaluation points presented in Table 5 were proposed by the experts in AR development.

Conclusions. Nowadays, the augmented reality is one of the most innovative and a new digital trend in the developing applications for all type of devices. The AR technology opens a new horizon and is going to get more popular in the foreseeable future.

The criteria we have developed for evaluating applications with augmented reality enable developers to create their own software products in stages, based on step-by-step requirements for them. This will allow you to create high-quality software products using the standardized, modern development tools.

In addition, developers will have a detailed understanding of each stage of creating the application and the necessary development tools and technologies to obtain the highest quality result. That will give an opportunity to decide on specific development tools, methods, models and technologies before starting work on a project; and, in the process of working on the basis of existing criteria, gradually create key application stages, with possible subsequent upgrades and improvements. As a result, it will provide the final high-quality software product with good extensibility and compliance with the modern requirements of the digital industry market.

In the follow-up study, we are going to apply this approach for evaluating several AR applications. To thoroughly verify the proposed criteria, additional testing will be required, where more software field experts should be involved. Engaging third-party experts will assess the suitability of the proposed criteria. We believe that this approach will become part of the AR application development process.

References

1. Ritsos PD, Ritsos DP, Gougoulis AS. Standards in augmented reality: a user experience perspective. In: 2nd International Workshop on AR Standards. 2011;17:9.

2. Lee J, Lee Y, Lee S, et al. Standardization for augmented reality: introduction of activities at ISO-IEC SC

24 WG 9. In: Proceedings of the 12th ACM SIGGRAPH International Conference on Virtual-Reality Continuum and Its Applications in Industry, 2013. P. 279−280. DOI: 1145/2534329.2534379

3. Perey C, Engelke T, Reed C. Current Status of Standards for Augmented Reality. Recent Trends of Mobile Collaborative Augmented Reality Systems. Springer, New York, NY, 2011. P. 21−38. DOI: 10.1007/978-1-4419-9845-3_2

4. Endsley TC, Sprehn KA, Brill RM, et al. Augmented Reality Design Heuristics: Designing for Dynamic Interactions. In: Proceedings of the Human Factors and Ergonomics Society Annual Meeting. 2017;61(1):2100–2104.

5. Dhir A, Al-kahtani M. A Case Study on User Experience (UX) Evaluation of Mobile Augmented Reality Prototypes. Journal of Universal Computer Science. 2013;19(8):1175−1196.

6. Caudell TP, Mizell DW. Augmented reality: an application of heads-up display technology to manual manufacturing processes. In: Proceedings of the Twenty-Fifth Hawaii International Conference on System Sciences. IEEE. 1992;2:659−669.

7. Olsson T, Lagerstam E, Kärkkäinen T, et al. Expected user experience of mobile augmented reality services: a user study in the context of shopping centres. Personal and ubiquitous computing. 2013;17(2):287−304.

8. Knoerlein B, Luca MD, Harders M. Influence of visual and haptic delays on stiffness perception in augmented reality. In: 8th IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality, IEEE. 2009. P. 49−52.

9. Duenser A, Billinghurst M. Evaluating augmented reality systems. In: Handbook of augmented reality. Springer, New York, NY, 2012. P. 289−307.

10. Arifin Y, Sastria TG, Barlian E. User experience metric for augmented reality application: a review. Procedia Computer Science. 2018;135:648−656.

11. Gabbard JL, Swan JE. Usability Engineering for Augmented Reality: Employing User-Based Studies to Inform Design. In: IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics 14, 2008. P. 513−525.

12. Pranoto H, Tho C, Warnars HL, et al. Usability testing method in augmented reality application. In: 2017 International Conference on Information Management and Technology (ICIMTech), 2017. P. 181−186.

13. Martins VF, Sanches GB, de Almeida NG, et al. Usability Evaluation of an Augmented Reality Children's Book. In: 2019 XIV Latin American Conference on Learning Technologies (LACLO), IEEE. 2019;1:381−386. DOI: 10.1109/LACLO49268.2019.00070

14. Da Silva MMO, Teixeira JMXN, Cavalcante PS, et al. Perspectives on How to Evaluate Augmented Reality Technology Tools for Education: A Systematic Review. Journal of the Brazilian Computer Socciety. 2019;25(1):1–18. DOI: 10.1186/s13173-019-0084-8

15. Guimaraes MDP, Martins VF. A Checklist to Evaluate Augmented Reality Applications. In: 2014 16th Symposium on Virtual and Augmented Reality, IEEE, 2014. P. 45−52. DOI: 10.1109/SVR.2014.17

16. Akgul O, Penekli HI, Genc Y. Applying deep learning in augmented reality tracking. In: 12th International Conference on Signal-Image Technology & Internet-Based Systems (SITIS), IEEE. 2016;1:47−54.

17. Harders M, Bianchi G, Knoerlein B, et al. Calibration, Registration, and Synchronization for High Precision Augmented Reality Haptics. In: IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 2009;15(1):138-149.

18. Ramírez H, Mendoza E, Mendoza M, et al. Application of augmented reality in statistical process control, to increment the productivity in manufacture. Procedia Computer Science. 2015;75:213–220. http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050915037011

19. Chen H, Dai Y, Meng H, et al. Understanding the Characteristics of Mobile Augmented Reality Applications. In: 2018 IEEE International Symposium on Performance Analysis of Systems and Software (ISPASS), Belfast, 2018. P. 128−138.

20. Huang Z, Hui P, Peylo C, et al. Mobile augmented reality survey: a bottom-up approach. 2013. P. 112−126. arXiv preprint arXiv:1309.4413

21. Ablyaev M, Abliakimova A, Seidametova Z. Design of mobile augmented reality system for early literacy. Ermolayev V, Mallet F, Yakovyna V, et al. (eds.) In: Proceedings of the 15th International Conference, ICTERI 2019, Vol. I: Main Conference, CEUR Workshop Proceedings (CEUR-WS.org) on ICT in Education, Research, and Industrial Applications. Ukraine, Kherson, 12–15 June 2019. 2019;2387:274–285. CEUR-WS.org http://ceur-ws.org/Vol-2387/20190274.pdf (accessed: 22 March 2020).

22. Ablyaev M, Abliakimova A, Seidametova Z. Developing a mobile augmented reality application for enhancing early literacy skills. Ermolayev V, Mallet F, Yakovyna V, et al. (eds.) In: Information and Communication Technologies in Education, Research, and Industrial Applications. ICTERI 2019. Communications in Computer and Information Science Springer, Cham. 2020;1175:163–185. DOI: 10.1007/978-3-030-39459-2

Submitted 29.07.2020
Scheduled in the issue 12.10.2020

About the Authors:

Ablyaev, Marlen R., lecturer of the Applied Informatics Department, Crimean Engineering-Pedagogical University (8, per. Uchebny, Simferopol, Republic of Crimea, 295015), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0571-2333, ablyaev.marlen@gmail.com

Abliakimova, Afife N., lecturer of the Applied Informatics Department, Crimean Engineering-Pedagogical University (8, per. Uchebny, Simferopol, Republic of Crimea, 295015), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-3867-5401, ablyakimova.afife@gmail.com

Seidametova, Zarema S., Head of the Applied Informatics Department, Crimean Engineering-Pedagogical University (8, per. Uchebny, Simferopol, Republic of Crimea, 295015), Dr.Sci. (Pedagogics), Cand.Sci. (Phys.-Math.), professor, Scopus ID: 57189935002, ResearcherID: AAF-9106-2019, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7643-6386, z.seidametova@kipu-rc.ru

Claimed contributorship

M. R. Ablyaev: critical revision of the assessment criteria; writing the first version of the paper. A. N. Abliakimova: collection and processing of material; concept and design of the research; writing the first version of the paper. Z. S. Seidametova: collection and processing of material; concept and design of the research; writing the final version of the paper.

All authors have read and approved the final manuscript.

Сдана в редакцию 29.07.2020
Запланирована в номер 12.10.2020

Об авторах:

Абляев Марлен Рефатович, преподаватель кафедры «Прикладная информатика» ГБОУВО РК КИПУ имени Февзи Якубова» (295015, Республика Крым, г. Симферополь, пер. Учебный, 8), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0571-2333, ablyaev.marlen@gmail.com

Аблякимова Афифе Наримановна, преподаватель кафедры «Прикладная информатика» ГБОУВО РК КИПУ имени Февзи Якубова» (295015, Республика Крым, г. Симферополь, пер. Учебный, 8), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-3867-5401, ablyakimova.afife@gmail.com

Сейдаметова Зарема Сейдалиевна, заведующая кафедрой «Прикладная информатика» ГБОУВО РК КИПУ имени Февзи Якубова» (295015, Республика Крым, г. Симферополь, пер. Учебный, 8), доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, Scopus ID: 57189935002, Researcher ID – AAF-9106-2019, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7643-6386, z.seidametova@kipu-rc.ru

Заявленный вклад соавторов:

М. Р. Абляев – критический пересмотр критериев оценивания, написание первой версии статьи. А. Н. Аблякимова – сбор и обработка материала, концепция и дизайн исследования, написание первой версии статьи. З. С. Сейдаметова – сбор и обработка материала, концепция и дизайн исследования, написание окончательной версии статьи

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 681.3.06 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-422-429

Полиномиально вычислимые Σ-спецификации иерархизированных моделей реагирующих систем



В. Н. Глушкова, К. С. Коровина
ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Введение. Пакеты верификации проектируют и анализируют корректность параллельных и распределенных систем в рамках различных классов темпоральных логик линейного и ветвящегося времени. В статье рассматривается полиномиально реализуемый класс $\Delta_0 T$-формул, интерпретируемый на многосортных моделях с иерархическими надстройками. Структура надстройки описывается произвольной контекстно-свободной (КС) грамматикой. Предикаты и функции сигнатуры модели интерпретируются на исходном КС-списке, достраиваемом в процессе интерпретации.
Материалы и методы. Для теорий из $\Delta_0 T$-квазитождеств, обладающих свойствами нётеровости и конфлюентности, строится константная модель. Рассматриваются формулы многосортного языка исчисления предикатов (ИП) 1-го порядка с переменными сорта «список», интерпретируемые на моделях с иерархизированной надстройкой. Теория интерпретируется на деревьях вывода грамматики, описывающих поведение специфицируемой системы. Правила КС-грамматики иерархизируют пространство действий моделируемой системы. Отмечено, что для моделирования систем реального времени недостаточно выразительных возможностей $\Delta_0 T$-формул. Поэтому для спецификации используются выражения с неограниченным квантором всеобщности ∀, известные как ПТ-формулы.
Результаты исследования. В качестве примера приводится логическая спецификация автоматизированного комплекса, который состоит из манипулятора, обрабатывающего детали. Положение позиций фиксируется датчиками. Описывается цикл работы манипулятора. Спецификация его функционирования состоит в иерархизации действий правилами КС-грамматики и их описании формулами ИП 1-го порядка с учетом значений времени.
Обсуждение и заключения. В статье показано, что класс рассмотренных формул можно использовать для моделирования систем реального времени. Приводится пример логической спецификации управляющего устройства поведением манипулятора.

Ключевые слова: логическая спецификация, модель теории, реагирующая система, КС-грамматика, формула ИП 1-го порядка.

Для цитирования: Глушкова, В. Н. Полиномиально вычислимые Σ-спецификации иерархизированных моделей реагирующих систем / В. Н. Глушкова, К. С. Коровина // Advanced Engineering Research. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 422–429. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-422-429



Polynomially computable Σ–specifications of hierarchical models of reacting systems

V. N. Glushkova, K. S. Korovina
Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

Introduction. Verification packages design and analyze the correctness of parallel and distributed systems within the framework of various classes of temporal logics of linear and branching time. The paper discusses a polynomially realizable class of $\Delta_0 T$ -formulas interpreted on multi-sorted models with hierarchical suspensions. The suspension

structure is described by an arbitrary context-free (CF) grammar. The predicates and functions of the model signature are interpreted on the original CF-list, which is completed during the interpretation process.
Materials and Methods. A constant model is constructed for theories from $\Delta_0 T$-quasiidentities with Noetherian and confluence properties. We consider formulas of the multi-sorted first-order predicate calculus (PC) language with variables of the “list” sort interpreted on models with a hierarchized suspension. The theory is interpreted in terms of grammar inference trees describing the behavior of the specified system. The CF-grammar rules hierarchize the action space of the modeled system. It is noted that the expressive capabilities of $\Delta_0 T$-formulas are insufficient for modeling real-time systems. Therefore, expressions with unbounded universal quantifier ∀, known as PT formulas, are used for the specification.
Results. The logical specification of an automated complex which consists of a workpiece manipulator is given as an example. The location of the positions is fixed by sensors. The operating cycle of the manipulator is described. The specification of its operation consists in the hierarchization of actions by the rules of the CF-grammar and their description by the first-order PT-formulas taking into account the time values.
Discussion and Conclusions. The paper shows that the class of the considered formulas can be used to model real-time systems. An example of the logical specification of a manipulator behavior control device is given.

***Keywords**:* logical specification, theory model, reactive system, CF-grammar, first-order PC-formula.

For citation: V. N. Glushkova, K. S. Korovina. Polynomially computable Σ–specifications of hierarchical models of reacting systems. Advanced Engineering Research, 2020, vol. 20, no. 4, p. 422–429. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-422-429

Введение. Математически обоснованные практически значимые методы верификации сложных программных и технических систем базируются на аппарате математической логики [1–4]. Известна методика применения этого подхода для различных видов реагирующих систем реального времени (протоколов связи, систем управления, встроенных бортовых систем космической техники и др.). Данная методика позволяет верифицировать системы model checking [5–7]. Многочисленные пакеты верификации поддерживают проектирование и анализ корректности параллельных и распределенных систем в рамках различных классов темпоральных логик линейного и ветвящегося времени: LTL, CTL, TCTL и др. [8].

Для моделирования времени в этих системах используется стандартная модель временного автомата. Это конечный автомат, снабженный переменными специального вида — локальными часами. Количественный анализ временных характеристик системы затруднен сложными экспоненциальными алгоритмами построения часовых поясов как классов эквивалентности [9]. Поэтому для упрощения анализа необходимо разработать более выразительный практически значимый языка спецификации.

Предлагается использовать для моделирования язык Σ-спецификаций, выделенный в концепции семантического программирования, которая основана на теоретико-модельном подходе [10]. В этом случае для построения формальной модели анализируемой системы можно использовать язык исчисления предикатов 1-го порядка, расширенный аксиомами для операций над списочными структурами[1,2,3,4].

Материалы и методы. В работе используется терминология статей [11, 12]. Пусть $\mathcal{M}$ — многосортная модель сигнатуры $\sigma = \langle I, C, F, R \rangle$. Здесь I — множество сортов, включая сорт «список» (*list*). C, F, R — множества констант, функций и предикатов соответственно. Все символы сигнатуры имеют тип. Если $f \in F$ является n-местной функцией, $n \geq 0$, то ее тип равен $\langle i_1, \dots i_n, i \rangle$, где $i_1, \dots i_n$, $i \in I$, причем $i_1, \dots i_n$ — типы аргументов, i — тип значения функции. Аналогично n-местный предикат $r \in R$ имеет тип $\langle i_1, \dots i_n \rangle$. Носитель модели $\mathcal{M}$ — индексированное семейство множеств $U_j = C_j$, $j \in I$, где C_j — множество констант сорта j; f:

$$U_{i_1} \times \ldots \times U_{i_n} \to U_i,\ r \subseteq U_{i_1} \times \ldots \times U_{i_n}.$$

Для модели $\mathcal{M}$ над множеством констант C формируется списочная надстройка $D_G(C)$ из иерархизированных КС-списков, структура которых задается КС-грамматикой $G = (N, T, P)$. Здесь N, T — множества нетерминальных и терминальных символов. Множество $D_G(C)$ определяется как наименьшее множество всех

[1] Глушкова В. Н. Верификация робототехнических иерархических систем реального времени // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете : тез. X Всерос. шк.-семинара. Ростов н/Д ; Таганрог : ЮФУ, 2015. С. 32.
[2] Глушкова В. Н. Σ-спецификация робототехнических систем реального времени // Алгебра и логика, теория и приложения : тез. междунар. конф. Красноярск : СФУ, 2016. С. 22–23.
[3] Глушкова В. Н. Логические средства диагностики ошибок в иерархических S-моделях // Алгебра и математическая логика : мат-лы междунар. конф. Казань : КФУ, 2011. С. 58–59.
[4] Глушкова В. Н., Коровина К. С. Логическое моделирование роботизированных технологических систем // VIII Всерос. шк.-семинар : тез. Ростов н/Д : ЮФУ, 2013. С. 44.

списков $<t_1, ..., t_n>$, формируемых для каждого правила $A \to X_1 ... X_n \in P$, $n \geq 1$ следующим образом: t_i — произвольная константа из C_{X_i}, если $X_i \in T$; в противном случае для $X_i \in N$ элемент t_i — произвольный список сорта X_i.

Δ_0-формулы определяются традиционным способом как формулы сигнатуры σ с использованием всех логических связок ($\neg, \wedge, \vee, \to$) и ограниченных кванторов $\forall x \in t, \quad \exists x \in t, \quad \forall x \subseteq t, \quad \exists x \subseteq t$. Здесь x — переменная произвольного сорта; t — терм сорта *list*, не содержащий x; $\in$ — отношение принадлежности списку; $\subseteq$ — отношение вложенности для списков, определяемое как $<\alpha_1, ..., \alpha_n> \subseteq <\alpha_1, ..., \alpha_n>$, $m \geq n$.

Ниже будем использовать лишь ограниченные кванторы вида $\forall x \in y$, $\forall x \ \dot{\in}\ y$, где переменная y сорта *list*, отношение $\dot{\in}$ — транзитивное замыкание отношения $\in$. Обозначим через $\bar{x}$ индексированную последовательность переменных x_i, через $\overset{\circ}{\in}$ — отношение принадлежности или его транзитивное замыкание.

Правила КС-грамматики иерархизируют пространство действий моделируемой системы. Из соображений эффективности вычислений выделяется класс $\Delta_0 T$-формул с «древесным» префиксом. Введем для элементов списков отношение $\prec$ — «левее», а именно, для списка $< \cdots \propto, \beta \ldots . >$ считаем $\propto \ \prec \beta$.

Определение. Δ_0-формула вида

$$(\forall\ v_1 \overset{\circ}{\in} r_1) \ldots (\forall v_m \overset{\circ}{\in} r_m)\,(n_1 \prec l_1) \ldots (n_p \prec l_p)\ \Phi(\bar{v}, \bar{r}),\ m \geq 1, p \geq 0$$

называется $\Delta_0 T$-формулой, если $n_j, l_j \in (\bar{v}, \bar{r})$, $1 \leq j \leq p$; для всех переменных префикса выполняется условие: $r_{i+1} = r_i$, $1 \leq i < m$ или $r_{i+1} = v_k$, $k \leq i$. Если $r_{i+1} = v_k$, то $v_{i+k} \neq v_k$ и $v_{i+k} \neq r_k$ для всех $k \leq i$.

Легко показать, что префикс $\Delta_0 T$-формулы в силу ограничений на переменные можно представить в виде дерева с корнем r_1, вершинами v_i, r_i и дугами, идущими из вершины r_i в вершину v_i, $1 \leq i \leq m$.

Выразительных возможностей $\Delta_0 T$-формул недостаточно для моделирования систем реального времени, циклически функционирующих неограниченно долго. Будем использовать для спецификации ПТ-формулы с неограниченным квантором всеобщности $\forall$.

Определение. Формула, полученная из $\Delta_0 T$-формулы Φ навешиванием неограниченного квантора всеобщности $\forall v\ \Phi(v)$, называется ПТ-формулой.

Модель $\mathcal{M}$ определяется теорией из квазитождеств вида:

$$(\forall\ v_1 \ \dot{\in}\ r_1) \ldots (\forall\ v_m \ \dot{\in}\ r_m)\ (n_1 \prec l_1) \ldots (n_p \prec l_p)(\varphi(\bar{v}, \bar{r}) \to \psi(\bar{v}, \bar{r})).$$

Здесь формула φ (ψ) — это конъюнкция атомных формул (или их отрицаний) вида r, $\tau_1 = \tau_2$, $(f = \tau)$, $f \in F, r \in R$, τ_1, τ_2 — термы сигнатуры σ.

Алгоритм построения модели *Int* реализует правило вывода modus ponens (если φ и $\varphi \to \psi$, то ψ). Входные данные для интерпретатора — множество начальных значений функций и предикатов вида:

$$S_0 = \{p(\bar{c}), f(\bar{c}) = c_{n+1} | p \in P, f \in F\},$$

где $\bar{c}$ — множество констант из *n* элементов, $n \geq 1$.

Аксиомы (ax) обрабатываются в определенном порядке, сначала с позитивными вхождениями предикатов в левую и правую часть ax, потом с негативными вхождениями до получения неподвижных точек вычислений. Область определения функций и предикатов, входящих в правую часть ax, расширяется при истинности ее левой части. Это объясняется тем, что интерпретатор задает новые значения функций и предикатов так, чтобы правая часть ax была тоже истинной. Пусть состояние S_n анализируемой системы на -м шаге вычисления содержит значения всех предикатов и функций сигнатуры модели, а функция $\tau\ P(S) \to P(S)$ в (терминологии [3] — преобразователь предикатов) отражает изменение состояния при переходе интерпретатора *Int* от *n*-го шага вычисления к $n+1$. Интерпретатор *Int* строит для монотонного преобразователя τ на $P(S)$ наименьшую неподвижную точку μZ.

$$\tau(Z) = \cup_i\, \tau^i(S_0), \text{ где } \tau^0(Z) = Z, \tau^{i+1}(Z) = \tau(\tau^i(Z)).$$

Формально функции $f \in F$ и предикаты $p \in R$ интерпретируются на КС-списке $tl(n)$, представляющем дерево вывода $tr(n)$ в грамматике G, где *n* — шаг работы *Int*. Из-за трудности представления компактной формы записи алгоритма интерпретации на элементах КС-списка приведем сначала словесное пояснение алгоритма, ориентируясь на дерево $tr(n)$. Входные данные для алгоритма построения модели (*Int*): исходное дерево вывода $tr(0)$ в грамматике *G*, расширяемое в процессе построения модели $\mathcal{M}$ и $Fact = S_0$. КС-грамматика используется в процессе построения модели следующим образом. Во-первых, правила *P* иерархизируют пространство действий и состояний анализируемой системы. Будем считать, что имена действий, представленные в сигнатуре модели предикатами, и имена соответствующих нетерминальных символов грамматики совпадают. Во-вторых, символы из алфавита *V* грамматики однозначно определяют сорта всех элементов универса модели,

включая списки, которым ставится в соответствие сорт, определяемый меткой корня соответствующего дерева. Сорта будем обозначать мнемонично начальными строчными символами имен нетерминальных и терминальных символов грамматики с добавлением в конце символа *s* (*sort*). Основное достоинство КС-грамматик состоит в возможности использования эффективных синтаксически ориентированных (СО) методов для анализа корректности (верификации) модели, развитых в теории синтаксического анализа языков программирования.

Интерпретатор начинает работу с просмотра дерева $tr(0)$ от корня сверху вниз, слева направо. Префикс всех аксиом удовлетворяет ограничениям $\Delta_0 T$-формул. Сорта префикса определяются символами КС-грамматики G. Интерпретатор выбирает в качестве констант области истинности предикатов, входящих в аксиому $ax \in Th$, константы, сопоставляемые вершинам куста дерева, просматривая его сверху вниз, слева направо. Причем корень куста помечен именем соответствующего предиката. Для отражения зависимости моделируемой технической системы от последовательности входных сигналов необходимо достраивать исходное дерево $tr(0)$. С этой целью последовательность правил $pr^+(ax) \in P^+$ приписывается к выводу дерева, полученного на предыдущем шаге работы алгоритма. Причем константы из области истинности предиката r используются в качестве терминальных символов, подчиненных в дереве вершине, помеченной нетерминальным символом r.

Опишем алгоритм интерпретации Int более формально, не детализируя процедуру $Con(Q, Th)$ — получения всех логических следствий из множества формул Q на основе аксиом теории Th. $Th_0 = S_0$. Теория $Th_{pos} \subseteq Th$ включает только позитивные вхождения предикатов. $Th_{neg} \subseteq Th$ включает негативное вхождение предикатов в правой части аксиом. Обозначим tr_{pos}, tr_{neg} — деревья выводов, генерируемые в процессе интерпретации.

Q:=∅;
Q':=Th_0;
while $Q \neq Q'$do
$Q_{pos} \coloneqq Q$;
$Q'_{pos} \coloneqq Q'$;
while $Q_{pos} \neq Q'_{pos}$ do
$Q_{pos} \coloneqq Q'_{pos}$;

$$Q'_{pos} \coloneqq Con(Q'_{pos}, Th_{pos})$$

end while
return (Q_{pos} , tr_{pos}) ;
$Q_{neg} \coloneqq \emptyset$;
$Q'_{neg} \coloneqq Q_{pos}$;
while $Q_{neg} \neq Q'_{neg}$ do
$Q_{neg} \coloneqq Q'_{neg}$;

$$Q'_{neg} \coloneqq Con(Q'_{neg}, Th_{neg})$$

end while
return (Q_{neg}, tr_{neg});

$$Q \coloneqq Q_{pos};$$
$$Q' \coloneqq Q_{neg}$$

end while
return (Q_{neg}, tr_{neg})

Верификация модели $\mathcal{M}$ состоит в проверке свойств, которым должна удовлетворять анализируемая система. Будем выражать эти свойства произвольными $\Delta_0 T$-формулами. Используя СО-методы проверки формул, можно строить доказательство аналогично [13].

Теорема. Произвольная $\Delta_0 T$-формула с *m*-ограниченными кванторами всеобщности проверяется на КС-списке мощности n за время $O(n^{m+1})$.
Мощность списка tl равна мощности множества $\{s \mid s \mathrel{\dot\in} tl\}$.

Оценка является верхней, и ее можно понизить до линейной, если проверять формулы с использованием специфичных СО-методов обработки языков.

Результаты исследования. Приведем логическую спецификацию автоматизированного комплекса, состоящего из манипулятора, обслуживающего технологическую линию (*tl*) с двумя позициями: загрузки и разгрузки деталей (*ld* и *uld* соответственно) [14]. Датчики фиксируют положение позиций. Манипулятор функционирует циклически, начиная с позиции загрузки.

ЦИКЛ

1. В начальном положении *ld* для загрузки детали манипулятор поднимает электропривод за 4 сек. Сжимает автоматизированные клещи и берет заготовку (2 сек), опускает электропривод (4 сек) и передвигается вправо к автомату до срабатывания датчика положения *tl*.

2. Чтобы установить заготовку на автомате на позиции *tl*, манипулятор поднимает электропривод, разжимает автоматизированные клещи (2 сек), опускает электропривод. Далее манипулятор ожидает 4 мин, после чего повторяет те же процедуры, что и на позиции *ld*. Затем манипулятор двигается влево к позиции разгрузки до срабатывания концевого выключателя *uld*.

3. За 8 сек деталь разгружается на конвейер. Манипулятор передвигается влево до фиксации датчика *ld* на позицию загрузки. Далее процесс работы комплекса циклически повторяется.

Спецификация системы состоит из нескольких уровней. Поведение манипулятора определяется сигналами датчиков, фиксирующих его положение: *ld*, *uld*, *tl* (¬*ld*, ¬*uld*, ¬*tl*, отрицание указывает на отсутствие соответствующего сигнала). Эта последовательность сигналов представлена кортежем *mc*=<*x*, *y*, *z*...>, где *x* = *ld* (¬*ld*) , *y* = *uld* (¬ *uld*), *z*=*tl* (¬ *tl*). Она генерируется конечным автоматом с начальным состоянием *x*. Этот автомат строится по праволинейной грамматике с правилами:

$St \to ld\ St_1 \mid \neg\ ldSt_1 \mid \varepsilon$

$St_1 \to tl\ St_2 \mid \neg\ tl\ St_2$

$St_2 \to uld\ St \mid \neg\ uld\ St.$

Обозначим через *Dsig* множество списков, составленных из цепочек символов, порожденных этой грамматикой.

Внешнее дискретное время (переменная *n* в логической спецификации) определяется количеством переходов в автомате. Для описания второго уровня функционирования манипулятора используется КС-грамматика, которая указывает последовательность действий (*Oper*) манипулятора:

— *L*, *La* — загрузка заготовки манипулятором в положении *ld* и *tl* соответственно;

— *Unl*, *Unla* — разгрузка детали в позиции *uld* и *tl*;

— *Mover*, *Movel* — движение манипулятора направо и налево;

— *Lstop*, *Astop*, *Ulstop* — остановка манипулятора в соответствующем положении;

— *Exp* — ожидание;

— *Cr* — выход из строя управляющего манипулятором устройства.

На состояния манипулятора (символ *Pos*) влияют его действия. В указанном примере состояние характеризуется непрерывным временем *Timec* и дискретным *Timed*, задаваемым натуральным числом. Значением сорта *Timec* являются сегменты вида $< t_1,\ t_2 >,\ t_1,\ t_2$ — константы, причем < заменяется на (или [в зависимости от того, включена левая граница в сегмент времени или нет, аналогично для >.

При спецификации поведения манипулятора абстрагируются от значения времени перемещения манипулятора из одного положения в другое (определяется сигналами с датчиков положения — входными к устройству управления манипулятора). Сигналы, которые подаются на исполнительные механизмы манипулятора для осуществления передвижений и работы автоматизированных клещей, являются выходными.

Ниже представлены правила грамматики *G*.

1. *Start*→ {*Oper*}*.
2. *Oper*→ *L* | *La* | *Unl* | *Unla* | *Mover* | *Movel* | *Lstop* | *Astop* | *Ulstop* | *Exp* | *Cr*.
3. *L*→ *St*.
4. *La*→ *St*.
5. *Unl* → *State*.
6. *Unla* → *State*.
7. *Mover* → *State*.
8. *Movel* → *State*.
9. *Lstop* → *State*.
10. *Astop* → *State*.
11. *Ulstop*→ *State*.
12. *Exp* → *State*.
13. *Cr* → *State*.
14. *State*→ *Timec Timed* | *Timed Timed*.
15. *Timec*→ *Timed* | (*Timed*, *Timed*) | [*Timed*, *Timed*) | (*Timed*, *Timed*] | [*Timed*, *Timed*].

Timed — класс лексем, значениями которых являются натуральные числа, вычисляемые во время интерпретации теории *Th.*

В теории *Th* переменные в формулах обозначаются мнемонично в соответствии с их сортом: ρ (*state*) = ρ (*State*), ρ (*oper*) = ρ (*Oper*), ρ (*n*) = ρ (*t*) = ρ (*Timed*), ρ (*ct*) = ρ (*Timec*). Предикаты *Ld*, *Tl*, *Unld* определены на множестве *Timed*. *Ld* (*n*) истинен, если манипулятор находится на позиции загрузки. Аналогично для *Tl* (*n*) — на позиции обрабатывающего автомата, *Uld* (*n*) — на позиции разгрузки. Перечислим области определения остальных предикатов: *Lstop*, *Astop*, *Ulstop*, *Mover*, *Movel*, *Cr* ⊆ *Timed*×*Timed*; *L*, *La*, *Unl*, *Unla*, *Exp*⊆*Timec* × *Timed*. В формулах используются стандартные функции *head* $(< x_1,\dots x_n >) = x_1$, *tail*$(< x_1,\dots x_n >) = < x_2,\dots x_n >$ и функция *Mc*: *Timed*→ *Dc*. Здесь *Dc* — множество списков из сигналов датчиков.

В начальный момент времени *t* = 0, *n* = 1 и на 1-м шаге вычисления выполняется предикат *Lstop*(0,1); *Mc* (1) = *mc*, где *mc*∈*Dc*. В аксиомах 1–11 переменные *t*, *n* и *ct* связаны ограниченным квантором ∀ *state* $\overset{*}{\in}$ *oper*, ∀ *t*,*n*, *ct* ∈ *state*. В аксиомах 12–17 переменная *n* связана неограниченным квантором ∀; s_0 = <<<<0,1>>>> — начальное значение списка, на котором интерпретируется теория. Составляющие его списки в порядке глубины вложенности имеют сорта ρ (*R*), ρ (*Oper*), ρ (*Lstop*), ρ (0) = ρ (1) = ρ (*Timed*). Списку s_0 соответствует дерево T_0 (рис. 1).

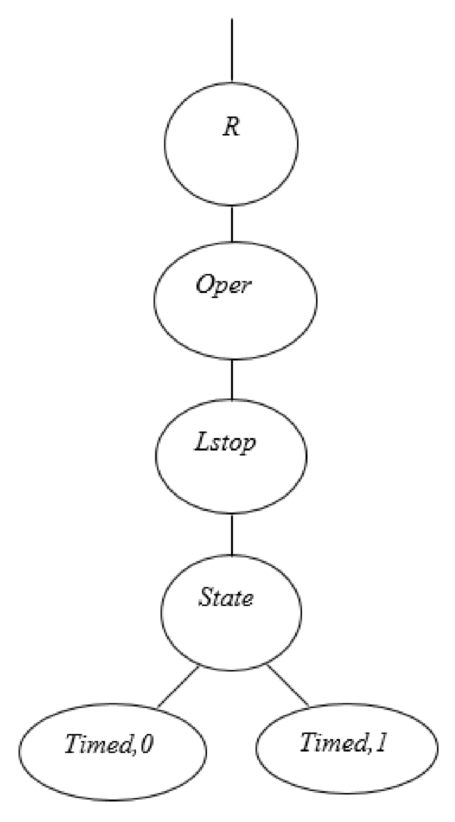


Рис. 1. Дерево T_0, соответствующее списку s_0

В аксиомах теории справа в квадратных скобках приводится последовательность правил грамматики *G*, достраивающих дерево T_0.

Аксиомы теории

1. *Lstop*(*t*, *n*) ∧ *Ld* (*n*) → *L*([*t*, *t* + 7), *n*) ∧ *Mc* (*n* + 1) = *tail*(*Mc* (*n*)) [1; 2.1; 3; 14.1; 15.3].
2. *L*(*ct*, *n*) ∧ *Tl*(*n* + 1) → *Mover* (*ct* [2], *n* + 1) ∧ *Astop* (*ct* [2], *n* + 1) [1; 2.5; 7; 14.2;1; 2.8; 10; 14.2].
3. *Astop* (*t*, *n*)→ *Unla* ([*t*, *t* + 7], *n*) [1; 2.4; 6; 14.1; 15.2].
4. *Unla* (*ct*, *n*) → *Exp* ((*ct* [2], *ct* [2] + 180), *n*) [1; 2.10; 11; 14.1; 15.2]
5. *Exp* (*ct*, *n*) → *La* ([*ct* [2], *ct* [2] + 3), *n*) ∧ *Mc* (*n* + 1) = *tail*(*Mc* (*n*)) [1; 2.2; 4; 14.1; 15.2].
6. *La* (*ct*, *n*) ∧ *Uld* (*n* + 1) → *Movel* (*ct* [2], *n* + 1) ∧ *Ulstop* (*ct* [2], *n* + 1) [1; 2.6; 8; 14.2; 1; 2.9; 11; 14.2].
7. *Ulstop* (*t*, *n*) → *Unl* ([*t*, *t* + 7), *n*) ∧ *Mc* (*n* + 1) = *tail*(*Mc* (*n*)) [1; 2.3; 5; 14.1; 15.2].
8. *Unl* (*ct*, *n*) ∧ *Ld* (*n* + 1) → *Movel* (*ct* [2], *n* + 1) ∧ *Lstop* (*ct* [2], *n* + 1) [1; 2.6; 8; 14.2; 1; 2.7; 9; 14.2].
9. *Unl* (*ct*, *n*) ∧ ¬ *Ld* (*n* + 1) → *Cr* (*ct* [2], *n* + 1) [1; 2.11; 13; 14.2].

10. $La\ (ct, n) \wedge \neg\ Unld\ (n + 1) \rightarrow Cr\ (ct\ [2], n + 1)$ [1; 2.11; 13; 14.2].
11. $L\ (ct, n) \wedge \neg\ Tl\ (n+1) \rightarrow Cr\ (ct\ [2], n + 1)$ [1; 2.11; 13; 14.2].
12. $head\ (Mc\ (n)) = ld \rightarrow Ld\ (n)$.
13. $head\ (Mc\ (n)) = \neg\ ld \rightarrow \neg\ Ld\ (n)$.
14. $head\ (Mc\ (n)) = tl \rightarrow Tl\ (n)$.
15. $head\ (Mc\ (n)) = \neg tl \rightarrow \neg\ Tl\ (n)$.
16. $head\ (Mc\ (n)) = uld \rightarrow Unld\ (n)$
17. $head\ (Mc\ (n)) = \neg uld \rightarrow \neg\ Uld\ (n)$.

Теория *Th* обладает свойством нётеровости, т. к. изменение переменной под квантором ∀ ограничено *k* — количеством элементов в исходном списке *mc*. При этом *head* (*Mc* (*k*+1)) не определено, т. к. *Mc* (*k*+1)=< >. Отметим, что цепочки ¬*ld* и др. в правой части аксиом 12–17 имеют сорт *string*, и ¬ рассматривается не как логическая операция, а как символ.

Для начального значения функции *Mc* (1) = <*ld*, *tl*, *uld*, *ld*, ¬ *tl*, *uld* > получаем множество следствий: *Lstop*(0,1), *Ld* (1), *L* ([0,7), 1), *Mc* (2) = < *tl*, *uld*, *ld*, ¬ *tl*, *uld*>, *Mover* (7,2), *Astop* (7,2), *Unla* ([7, 14], 2), *Exp*([14, 194], 2), *La*([194, 197), 2), *Mc* (3) = <*uld*, *ld*, ¬ *tl*, *uld*>, *Movel* (197, 3), *Ulstop* (197, 3), *Unl* ([197, 204], 3), *Mc* (4) = <*ld*, ¬ *tl*, *uld* >, *Movel* (204, 4), *Lstop* (204, 4), *L* ([204, 211), 4), *Mc* (5) = < ¬ *tl*, *uld*>, *Cr* (211, 5).

Полученное множество следствий иерархизируется в соответствии с выводом в грамматике *G*, полученным в результате правил, приписанных к интерпретируемым аксиомам. В соответствии с ними к дереву T_0 справа от узла, помеченного символом *Oper*, добавляются еще 12 вершин, помеченных этим же символом и связанных ребрами с корнем. К новым вершинам подвешиваются поддеревья с корнями, помеченными символами *Ld*, *Mover*, *Astop* и т. д. с их состояниями и константами сорта ρ (*Timed*), полученными в результате интерпретации.

Обсуждения и заключения. На построенной модели можно проверять истинность произвольных $\Delta_0 T$-формул. Например, формализуем утверждение: «Если манипулятор стоял на позиции загрузки в момент *t* на шаге *n* цикла его функционирования, то на шаге *n* + 2 через 197 сек он начинает разгрузку в течение 7 сек». Приведенная ниже формула проверяется на заданном списке *Oper* сорта ρ (*Oper*):

$$(\forall state \overset{*}{\in} oper)\ (\forall t \in State)\ (\forall n \in state)\ (Lstop(t, n) \rightarrow Unl\ ([t + 197, t + 204], n + 2).$$

Библиографический список

1. Goguen, J. A. Models and equality for logical programming / J. A. Goguen, J. Meseguer // Lecture Notes in Computer Science. — 1987. — Vol. 250. — P. 1–22.

2. Kowalski, R. Logic for Problem Solving, Revisited / R. Kowalski. London : Imperial College, 2014. — P. 321.

3. Кларк, Э. М. Верификация моделей программ / Э. М. Кларк, О. Грамберг мл., Д. Пелед // Москва : Изд-во Московского центра непрерывного математического образования, 2002. — 416 с.

4. Reps, T. Automating Abstract Interpretation / T. Reps, A. Thakur // In: 17th International Conference, VMCAI 2016, on Verification, Model Checking and Abstract Interpretation. St. Petersburg, FL, USA, January 17–19, 2016. — Paris : Springer, 2016. — P. 3–40.

5. Bloem, R. SAT-Based Synthesis Methods for Safety Specs / R. Bloem, R. Konighofer, M. Seidl // In: 15th International Conference, VMCAI 2014, on Verification, Model Checking and Abstract Interpretation. San Diego, CA, USA, January 2014. — San Diego : Springer, 2014. — P. 1–20.

6. Beyer, D. Reuse of Verification Results / D. Beyer, Ph. Wendler // In: 20th International Symposium, SPIN 2013, on Model Checking Software. Stony Brook, July 8–9, 2013. — Stony Brook : Springer, 2013. — P. 1–15.

7. Alur, R. Model-cheking for real-time system / R. Alur, C. Courcoubetis, D. L. Dill // Information and Computation. — 1993. — Vol. 104 (1). — P. 2–34.

8. Morbe, G. Fully Symbolic TCTL Model Checking for Incomplete Timed Systems // G. Morbe, Ch. Scholl // In: Proceedings of the Automated Verification of Critical Systems (AVoCS 2013). — 2013. — Vol. 66. — P. 1–9.

9. D´Silva, V. Independence Abstractions and Models of Concurrency / V. D´Silva, D. Kroening, M. Sousa // In: 18th International Conference, VMCAI 2017, on Verification, Model Checking and Abstract Interpretation. Paris, France, January 15–17, 2017. — Paris : Springer, 2017. — P. 149–168.

10. Goncharov, S. S. Theoretical aspects of Σ-programming / S. S. Goncharov, D. I. Sviridenko //: In: Proc. of the International Spring School, April 1985, on Mathematical Methods of Specification and Synthesis of Software Systems' 85. Berlin ; Heidelberg : Springer-Verlag, 1985. — P. 169–179.

11. Гончаров, С. С. Модели данных и языки их описаний / С. С. Гончаров // Вычислительные системы. Логико-математические основы проблемы МОЗ. — 1985. — Вып. 107. — С. 52–70.

12. Мальцев, А. И. Алгебраические системы. Москва : Наука, 1976. — С. 392.

13. Глушкова, В. Н. Оценка сложности реализации логических спецификаций на основе контекстно-свободных грамматик / В. Н. Глушкова // Кибернетика и системный анализ. — 1996. — № 4. — С. 50–58.

14. Горбатов, В. А. Логическое управление распределенными системами / В. А. Горбатов, М. И. Смирнов, И. С. Хлытчиев. — Москва : Энергоатомиздат, 1991. — 288 с.

Сдана в редакцию 27.07.2020
Запланирована в номер 05.10.2020

Об авторах:

Глушкова Валентина Николаевна, доцент кафедры «Математика» ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2719-8590, lar@aaanet.ru.

Коровина Ксения Сергеевна, старший преподаватель кафедры «Математика» ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1196-3596, ksenichka_@inbox.ru.

Заявленный вклад соавторов:

В. Н. Глушкова — формирование концепции синтаксически ориентированного иерархического моделирования, цели и задачи логической спецификации, научное руководство, корректировка выводов исследования. К. С. Коровина — применение Σ-формул для спецификации технической системы, анализ результатов верификации системы и формирование выводов, доработка текста.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 004.89, 004.032.26 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-430-436

Автоматизация распределения информации в адаптивных системах электронного документооборота с применением машинного обучения



А. Д. Обухов
ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет» (г. Тамбов, Российская Федерация)

Введение. Системы электронного документооборота (СЭД) используются для хранения, обработки и передачи больших объемов информации. Автоматизация данных процессов является актуальной проблемой, требующей комплексного решения. Ее решение позволит снизить временные и материальные затраты на проектирование и осуществить переход к более совершенным, адаптивным СЭД. Статья посвящена разработке новых методов автоматизации процесса распределения информации в СЭД.
Целью работы является повышение точности распределения информации в СЭД за счет перехода от аналитических или алгоритмических решений к использованию новых методов, функционирующих на основе технологий машинного обучения. Использование нейронных сетей для достижения поставленной цели также позволит повысить эффективность разработки программного обеспечения за счет автоматизации процессов анализа и обработки информации.
Материалы и методы. Предложен новый метод автоматизированного распределения информации на основе технологий машинного обучения, включающий математическое описание правил распределения информации. Сформулированный перечень условий распределения информации позволяет реализовать программное обеспечение на основе нейронных сетей для решения задачи автоматического распределения данных в СЭД.
Результаты исследования. Метод автоматизированного распределения информации апробирован на примере предметной области СЭД при решении задачи анализа правильности информации, введенной пользователем. В ходе экспериментальных исследований получено, что предложенный метод, функционирующий на основе технологий машинного обучения, обеспечивает лучшую точность (на 8 % выше) и более эффективен (в соответствии с метриками Джилба и цикломатической сложности)
Обсуждение и заключения. Полученные результаты подтверждают эффективность и точность предложенного метода. Представленные результаты могут использоваться для автоматизации процессов распределения и проверки информации в адаптивных СЭД, а также других информационных системах. На основе разработанного метода также возможно решение связанных задач: поиск дубликатов и похожих документов, классификация и размещение по категориям файлов.

Ключевые слова: системы электронного документооборота, распределение информации, автоматизация, адаптивность, машинное обучение.

Для цитирования: Обухов, А. Д. Автоматизация распределения информации в адаптивных системах электронного документооборота с применением машинного обучения / А. Д. Обухов // Advanced Engineering Research. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 430–436. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-430-436

Финансирование: работа выполнена по гранту Президента РФ МК-74.2020.9.



Automation of information distribution in adaptive electronic document management systems using machine learning

A. D. Obukhov
Tambov State Technical University (Tambov, Russian Federation)

Introduction. Electronic document management systems (EDMS) are used to store, process and transmit large amounts of information. Automation of these processes is a challenge that requires a comprehensive solution. Its solution will

reduce the time and material costs for design and make the transition to a more advanced, adaptive EDMS. The paper is devoted to the development of new methods for automating the process of distributing information in the EDMS. The work objective is to improve the accuracy of the information distribution in the EDMS through moving from analytical or algorithmic solutions to the use of new methods based on machine learning technologies. The application of neural networks in the furtherance of this purpose will also improve the efficiency of software development through automating the analysis and processing of information.
Materials and Methods. A new method of the automated information distribution based on machine learning technologies including a mathematical description of the information distribution rules is proposed. The formulated list of conditions for the information distribution provides the implementation of software based on neural networks for solving the problem of automatic data distribution in the EDMS.
Results. The method of automated information distribution has been tested on the example of the EDMS subject area when solving the problem of analyzing the correctness of information entered by the user. In the course of experimental studies, it was found that the proposed method, based on machine learning technologies, provides better accuracy (8 % higher) and is more efficient (in accordance with the Jilb metrics and cyclomatic complexity).
Discussion and Conclusions. The results obtained confirm the efficiency and accuracy of the method proposed. The presented results can be used to automate the processes of distribution and verification of information in adaptive EDMS, as well as in other information systems. Based on the method developed, it is also possible to solve connected problems: search for duplicates and similar documents, classification and placement by file categories.

Keywords: electronic document management systems, information distribution, automation, adaptability, machine learning.

For citation: A. D. Obukhov. Automation of information distribution in adaptive electronic document management systems using machine learning. Advanced Engineering Research, 2020, vol. 20, no. 4, p. 430–436. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-430-436

Funding information: the research is done under grant no. МК-74.2020.9 from President of the Russian Federation.

Введение. Системы электронного документооборота (СЭД) широко используются для хранения, обработки и передачи информации различного типа: документов, электронных таблиц, графической и аудиоинформации, технической и бухгалтерской документации и так далее. Основная функциональность по работе с документами за годы развития СЭД сформирована. Дальнейшее развитие направлено на автоматизацию человеческой деятельности, повышение гибкости и надежности, реализацию интеллектуальных модулей по поддержке принятия решений [1–3].

Однако подобная гибкость и адаптивность СЭД приводит к дополнительным временным и материальным затратам, увеличивает сложность проектирования и модернизации системы. Поэтому актуальным вопросом при разработке адаптивных информационных систем, в том числе СЭД, является автоматизация проектирования системы, что включает множество отдельных задач по автоматизации процессов анализа, обработки и передачи документов, решение которых в комплексе позволяет снизить нагрузку на разработчиков в ходе реализации функций адаптивности в СЭД.

В рамках исследования будет рассмотрен вопрос классификации информации и ее последующего автоматического распределения по заданным категориям в СЭД. Данная подзадача является одной из наиболее распространенных при организации электронных хранилищ и архивов, картотек, заполнении форм документов. Под распределением понимается размещение данных и файлов на заданных позициях: по категориям, носителям, каталогам и так далее [4]. Классические алгоритмы не всегда способны определить ошибку в размещении информации без привлечения эксперта или модератора.

Рассматривая подходы к решению задачи распределения информации, можно выделить подходы, основанные на применении машинного обучения[1]. Использование технологий искусственного интеллекта для решения задач классификации доказало свою эффективность в ходе многочисленных исследований и экспериментов [5–8]. При решении поставленной задачи и реализации метода распределения информации для автоматизации процесса классификации данных будут использованы технологии машинного обучения.

На основе анализа процесса движения информации можно выделить следующие актуальные задачи по классификации и распределению данных в адаптивных СЭД:

— классификация и определение соответствия введенных данных той категории, в которой их расположил пользователь [9];

[1] Umadevi S. A survey on data mining classification algorithms / S. Umadevi, K. S. J. Marseline // 2017 International Conference on Signal Processing and Communication (ICSPC): IEEE, 2017. P. 264-268.

— классификация данных по категориям[2] и, в случае ошибки, перемещение их в правильные категории либо выдача пользователю предупреждения [10];

— определение дублирования данных по признакам [11].

Для решения поставленных задач предлагается разработать метод автоматизированного распределения информации в адаптивных СЭД, обобщающий существующие подходы к классификации информации и основанный на применении методов машинного обучения для автоматизации процессов обработки данных.

Материалы и методы. Формализуем основные этапы метода автоматизированного распределения данных в адаптивных СЭД.

В основе метода — формирование и обучение нейронной сети для классификации информации. Поэтому на первом этапе реализации метода необходимо подготовить множество информационных объектов $X = \{x_1, ... x_N\}$ для обучения и тестирования нейронной сети. Объект $x_i \in X$ может быть представлен текстовой или численной информацией, введенной пользователем в поля форм, либо файлами, загруженными через интерфейс СЭД [12]. Процесс подготовки данных может включать нормализацию, токенизацию, лемматизацию, извлечение свойств и атрибутов файлов. Для собранных данных задается множество категорий $Y = \{y_1, ..., y_M\}$, то есть существует непрерывное отображение $X \to Y$. Аппроксимируем это отображение нейронной сетью NN:

$$NN(X) = Y.$$

При достаточном объеме тренировочных данных можно обеспечить необходимую точность классификации. В соответствии с исследованиями, представленными в работе [13], на каждый выходной признак необходимо предоставить не менее 50 экземпляров тренировочных данных. Тогда для $\forall x_i \in X$ получим $NN(x_i) = y_j$, где $j = 1..M$.

На второй этапе метода осуществляется распределение информации. Пусть в СЭД задан набор информационных объектов $X = \{x_1, ..., x_N\}$ и множество соответствующих им категорий $Y = \{y_1, ..., y_M\}$. Для распределения информации необходимо осуществить проверку следующих условий:

— если $\forall x_i \in X$, $NN(x_i) = y_j$ и объект x_i помещен пользователем в категорию y_j, тогда положение x_i остается без изменений;

— если $\exists x_i \in X$, $NN(x_i) = y_m$ (где y_m — категория вредоносных объектов), то объект x_i удаляется из СЭД, администратору системы отправляется предупреждение, пользователь, добавивший объект x_i, блокируется;

— если $\exists x_i \in X$, $NN(x_i) = y_j$, но объект x_i введен пользователем в категорию y_k ($y_k \neq y_j$), то необходимо осуществить перераспределение информации в СЭД. Рассмотрим все возможные варианты перераспределения:

1. Категория y_j свободная (пустая), тогда объект x_i переносится из категории y_k в y_j.

2. Категория y_j занята некоторым объектом x_q (таким, что $NN(x_q) = y_j$), тогда объект x_i переносится в буфер, пользователю выдается предупреждение о неправильном вводе x_i и дублировании информации.

3. Категория y_j занята некоторым объектом x_q (таким, что $NN(x_q) \neq y_j$), тогда объект x_q переносится в буфер, а объект x_i переносится из категории y_k в y_j, пользователю выдается предупреждение о неправильном вводе x_q.

Рассмотренные в рамках метода этапы и условия распределения информации включают основные сценарии добавления информации в СЭД. За счет применения технологий машинного обучения возможно автоматизировать распределение информации по заданным категориям.

Результаты исследования. Для реализации и интеграции метода в адаптивную СЭД будем использовать микросервисный подход. Нейронная сеть реализуется посредством библиотеки Keras (Python), после этого импортируется в микросервис, который может быть реализован на основе любого фреймворка, например, Flask. Данные между СЭД и микросервисом передаются по протоколу HTTP в формате JSON, что обеспечивает совместимость с любой реализацией СЭД [14].

В качестве примера задачи распределения данных будем использовать форму карточки документа в СЭД с 5 полями: наименование документа; автор документа; контактная информация (адрес) автора; дата создания; описание документа. В ходе экспериментального исследования будет моделироваться ввод данных пользователей в форму и заполнение информации в указанные 5 полей. Нейронная сеть будет классифицировать введенную информацию и проверять ее на соответствие заданной категории.

[2] Попова Е. С. Использование искусственных нейронных сетей для решения задачи классификации текста / Е. С. Попова, В. Г. Спицын, Ю. А. Иванова // Труды 29-й междунар. конф. по комп. графики и зрению «Графикон». Брянск, 2019. С. 270–273.

Для формирования набора исходных данных используем генератор на основе открытых баз русских имен, городов и стран, а также последовательностей из русских слов и цифр. Это позволит получить конструкции, соответствующие реальным данным, но не хранящие персональные данные реальных людей. Текстовые данные будут обработаны с помощью токенизатора для перевода их в численный формат. Максимальная длина предложения ограничена 20 словами. Сгенерируем тренировочную выборку. Для каждой категории сформируем по 10 000 элементов для каждой категории. Также добавим 50 000 элементов с неправильными и ошибочными данными. Таким образом получим массив из 100 тысяч элементов.

Зависимости между входными признаками и категориями представлены на тепловой карте на рис. 1. Карта позволяет визуализировать матрицу корреляций и провести наглядный анализ данных для определения того, как параметры влияют друг на друга и на выходные переменные [15].

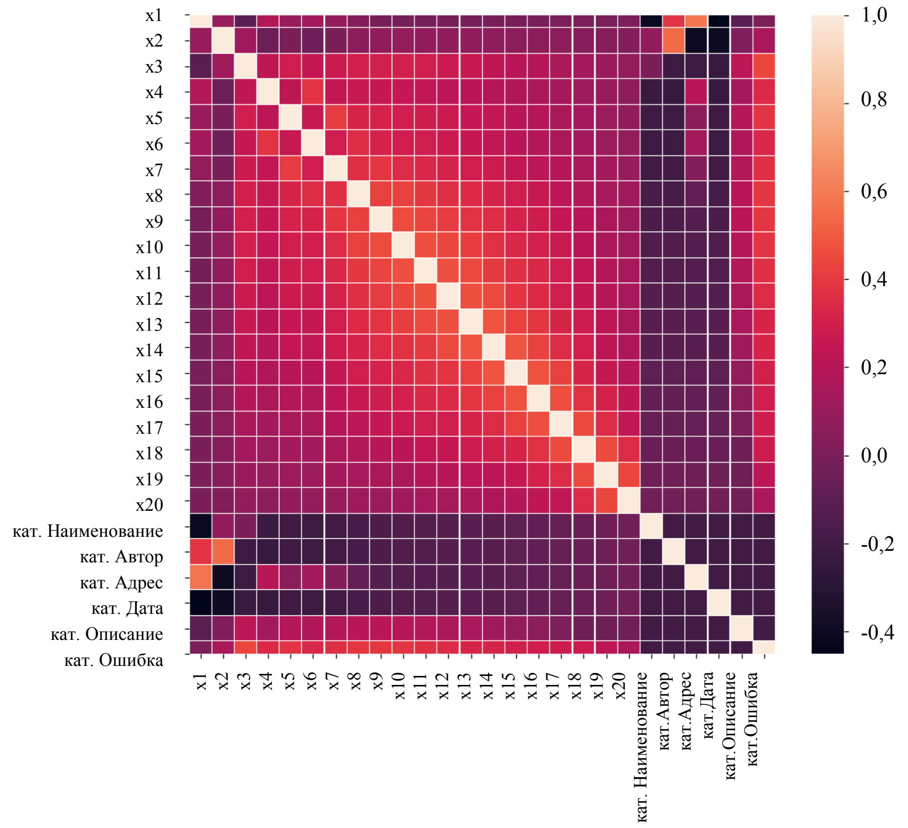


Рис. 1. Тепловая карта исходных данных

Процесс обучения сети отражен на рис. 2. Итоговая точность нейронной сети на контрольном наборе после 5 эпох составила 97,8 %.

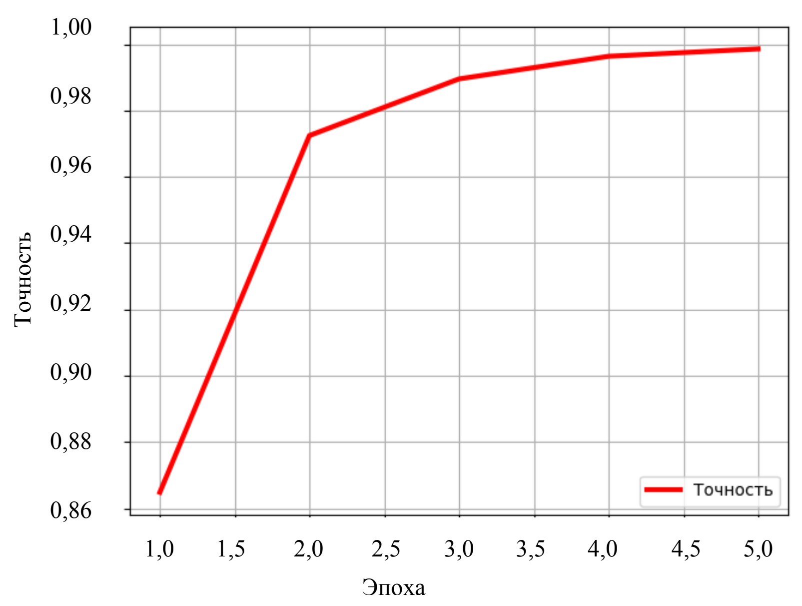


Рис. 2. Процесс обучения нейронной сети классификации

Количество ошибок не превысило 7 % для категории «Автор» и 1 % для категории «Описание». В остальных категориях некорректные данные были распознаны в 100 % случаев.

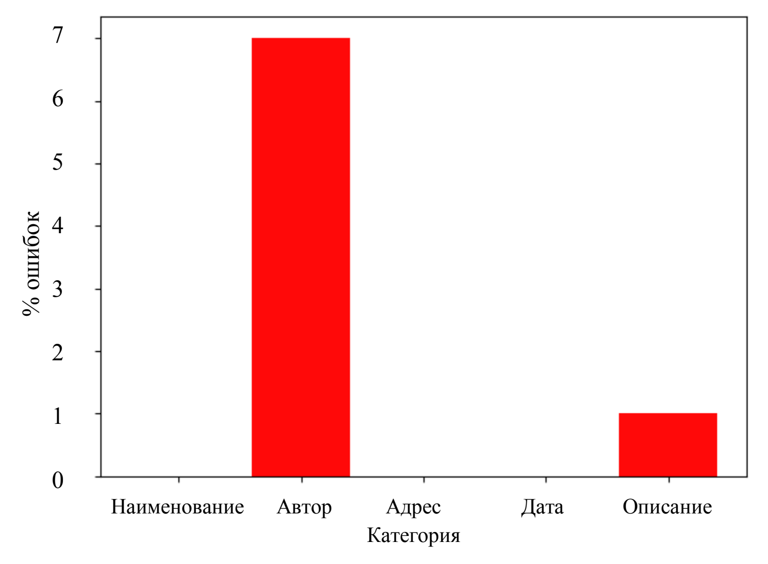


Рис. 3. Тестирование нейронной сети на ввод некорректных данных

Второй эксперимент (рис. 4) заключается в вводе данных из j категорий в i ($j \neq i$). Формируется набор из 100 элементов для i каждой категории, состоящий из элементов других категорий (по 25 каждой категории). График отражает количество тестов, в которых нейронная сеть неправильно распознала данные других категорий, как соответствующие текущей категории. Во втором эксперименте был допущен 1 % в категории «Наименование», остальные категории отработаны без ошибок.

Далее сравним точность предложенного метода (далее обозначен как «нейросетевой метод») с классическим решением задачи классификации и распределения информации (обозначен как «классический метод»). Для классического метода получены следующие результаты: 16 % ошибок в категории «Наименование» и 25 % — в «Описание», что существенно хуже показателей нейросетевого метода (рис. 5). В среднем использование нейросетевого метода обеспечивает повышение точности на 8 %.

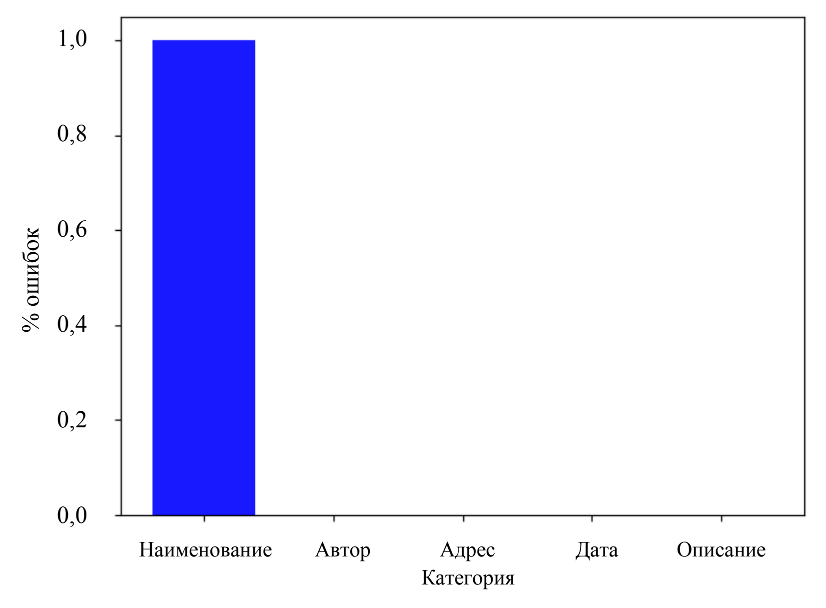


Рис. 4. Тестирование нейронной сети на соответствие категории

Сравнение точности методов

% ошибок

Классический метод
Нейросетевой метод

Наименование | Автор | Адрес | Дата | Описание

Категория

Рис. 5. Сравнение точности нейросетевого и классического методов

Далее осуществим сравнение методов по метрикам сложности реализации программного обеспечения. В качестве метрик используются цикломатическая сложность, выраженная числом McCabe (общая и усредненная) [16], а также сложность по метрике Джилба [17]. Итоговые результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1

Сравнение классического и нейросетевого методов

Метрика	Классический метод	Нейросетевой метод
Цикломатическая сложность (общая)	26	22
Цикломатическая сложность (средняя)	A (3,71)	A (1,37)
Метрика Джилба	0,8	0,15

Таким образом, сложность нейросетевого метода по метрикам цикломатической сложности и Джилба ниже. Точность разработанного метода выше почти на 8 %. Стоит заметить, что сложность реализации классического и нейросетевого метода классификации и распределения данных относительно невелики, так что их можно считать сравнимыми. Однако, полученные результаты по точности классификации подтверждают большую эффективность нейросетевого подхода.

Обсуждение и заключения. В работе поставлена задача автоматизации процессов классификации и распределения данных в адаптивных СЭД. Предложенный метод автоматизированного распределения данных включает формализацию процесса классификации и распределения данных, использование технологий машинного обучения для автоматизации решения задачи. Сформулированный перечень условий распределения информации позволяет реализовать программное обеспечение на основе нейронных сетей, решающее задачу автоматического распределения данных.

Для апробации разработанного метода проведены экспериментальные исследования на базе сгенерированных данных о документах в СЭД. Точность обученной нейронной сети составила около 98 %. Дополнительные испытания показали, что нейронная сеть может обнаруживать некорректно распределенные данные почти в 100 % случаев, причем, при наихудших условиях ошибка не превысила 7 %. Таким образом подтверждена эффективность и точность предлагаемого метода. Разработанный метод, по сравнению с классической реализацией на основе алгоритмического обеспечения, показывает следующий положительный эффект: повышение средней точности на 8 %, снижение сложности реализации.

Представленные результаты могут использоваться для автоматизации процессов распределения и проверки информации в адаптивных СЭД, а также других информационных системах. Кроме того, на основе предложенного метода возможно решение связанных задач: поиск дубликатов и похожих документов, классификация и размещение по категориям файлов.

Библиографический список

1. Кузнецова, Е. В. Актуальные проблемы электронного документооборота в органах власти / Е. В. Кузнецова // Вопросы управления. — 2013. — №. 4. — С. 73–77.

2. Zhong, R. Y. Intelligent manufacturing in the context of industry 4.0: a review / R. Y. Zhong [et al.] // Engineering. — 2017. —Vol. 3 (5). — P. 616–630. DOI: 10.1016/J.ENG.2017.05.015

3. Xu, D. Enhancing e-learning effectiveness using an intelligent agent-supported personalized virtual learning environment: An empirical investigation / D. Xu [et al.] // Information & Management. — 2014. — Vol. 51 (4). — P. 430–440. DOI:10.1016/j.im.2014.02.009

4. Кузнецов, С. Д. Распределенные горизонтально масштабируемые решения для управления данными / С. Д. Кузнецов, А. В. Посконин // Труды Института системного программирования РАН. — 2013. — Т. 24. — С. 327–358.

5. Сравнительный анализ методов машинного обучения для решения задачи классификации документов научно-образовательного учреждения / М. Н. Краснянский, А. Д. Обухов, Е. М. Соломатина, А. А. Воякина // Вестник ВГУ, Серия : Системный анализ и информационные технологии. — 2018. — № 3. — С. 173–182.

6. Karampidis, K. File type identification-computational intelligence for digital forensics / K. Karampidis, G. Papadourakis // Journal of Digital Forensics, Security and Law. — 2017. — Vol. 12 (2). — P. 6. DOI: 10.15394/jdfsl.2017.1472

7. Kim, D. Multi-co-training for document classification using various document representations: TF–IDF, LDA, and Doc2Vec / D. Kim [et al.] // Information Sciences. — 2019. — Vol. 477. — P. 15–29.

8. Zheng, J. Hierarchical neural representation for document classification / J. Zheng [et al.] // Cognitive Computation. — 2019. — Vol. 11 (2). — P. 317–327. DOI:10.1007/s12559-018-9621-6

9. Bodström, T. State of the art literature review on network anomaly detection with deep learning / T. Bodström, T. Hämäläinen // In book: Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. Springer, Cham, 2018. — P. 64–76. DOI: 10.1007/978-3-030-01168-0_7

10. Datta, S. Near-Bayesian support vector machines for imbalanced data classification with equal or unequal misclassification costs / S. Datta, S. Das // Neural Networks. — 2015. — Vol. 70. — P. 39–52. DOI: 10.1016/j.neunet.2015.06.005

11. Irolla, P. The duplication issue within the Drebin dataset / P. Irolla, A. Dey // Journal of Computer Virology and Hacking Techniques. — 2018. — Vol. 14 (3). — P. 245–249. DOI: 10.1007/s11416-018-0316-z

12. Goldberg, Y. Neural network methods for natural language processing / Y. Goldberg // Synthesis Lectures on Human Language Technologies. — 2017. — Vol. 10 (1). — P. 1–309. DOI: 10.2200/S00762ED1V01Y201703HLT037

13. Beleites, C. Sample size planning for classification models / C. Beleites [et al.] // Analytica chimica acta. — 2013. — Vol. 760. — P. 25–33. DOI:10.1016/j.aca.2012.11.007

14. Obukhov, A. Algorithm of adaptation of electronic document management system based on machine learning technology / A. Obukhov, M. Krasnyanskiy, M. Nikolyukin // Progress in Artificial Intelligence. — 2020. — Vol. 9. — P. 287–303. DOI: 10.1007/s13748-020-00214-2

15. Bazgir, O. Representation of features as images with neighborhood dependencies for compatibility with convolutional neural networks / O. Bazgir [et al.] // Nature Communications. — 2020. — Vol. 11 (1). — P. 1–13. DOI: 10.1038/s41467-020-18197-y

16. Luo, A. A Structural Complexity Metric Method for Complex Information Systems / A. Luo [et al.] // JSW. — 2019. — Vol. 14 (7). — P. 332-339. DOI: 10.17706/jsw.14.7.332-339

17. Смирнов, А. В. Методы оценки и управления качеством программного обеспечения / А. В. Смирнов // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». — 2019. — № 2. — С. 20–25.

Сдана в редакцию 29.06.2020
Запланирована в номер 14.09.2020

Об авторах:

Обухов Артем Дмитриевич, доцент кафедры «Системы автоматизированной поддержки принятия решений» ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет, (392000, РФ, г. Тамбов, ул. Советская, 106), кандидат технических наук, доцент, ResearcherID: M-9836-2019, ScopusID: 56104232400, ORCID: http://orcid.org/0000-0002-3450-5213, Obuhov.art@gmail.com

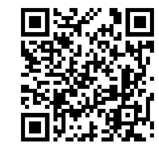
Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.6 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-437-445

Моделирование биогеохимических процессов в Азовском море с использованием статистически обработанных данных о речном стоке



А. И. Сухинов[1], Ю. В. Белова[1], А. В. Никитина[2], А. М. Атаян[1]
[1] ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)
[2] ООО «НИЦ супер-ЭВМ и нейрокомпьютеров» (г. Таганрог, Российская Федерация)

Введение. Работа посвящена численному решению задач динамики фитопланктона в прибрежных системах на примере Азовского моря. При этом учитывается трансформация форм фосфора, азота и кремния, а также движение водной среды, распределение температур и соленостей по акватории моря. Речной сток, меняясь по объему и по химическому составу, существенно влияет на изменчивость гидрофизических и биогеохимических параметров процессов, происходящих в прибрежной системе. Этим обусловлена необходимость статистической обработки данных многолетних наблюдений за характеристиками речного стока.
Материалы и методы. Математическая модель биогеохимических циклов основана на системе нестационарных уравнений конвекции — диффузии — реакции параболического типа с нелинейными функциями источников и младшими производными, к которой добавлены соответствующие начальные и граничные условия. В ходе статистического анализа рядов многолетних наблюдений за стоками рек найдены значения следующих показателей: коэффициенты асимметрии, эксцесса, дисперсия и стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициент автокорреляции, отношение Неймана и критерий Андерсона.
Результаты исследования. Статистический анализ рядов многолетних наблюдений за гидрохимическими показателями реки Дон свидетельствует о неоднородности натурных данных. Это связано со стохастичностью поступлений биогенных веществ и объема пресноводного стока в море в результате воздействия природных и антропогенных факторов. Натурные данные целесообразно соотносить с сезонными изменениями температуры водной среды. В работе представлены результаты вычислительного эксперимента по моделированию динамики фитопланктонных популяций в летний период, когда температуры благоприятны для их размножения и роста. Предложенная математическая модель учитывает пространственно-неоднородное распределение и трансформации форм фосфора, азота и кремния, а также изменения солености, температуры и движения водной среды.
Обсуждение и заключения. Рассмотрена многовидовая математическая модель динамики фитопланктонных популяций с учетом трансформации форм фосфора, азота и кремния в прибрежных системах. Проведен анализ данных натурных наблюдений, для чего рассчитаны его основные статистические параметры. В итоге сделан вывод о существенной изменчивости данных многолетних наблюдений. Это обусловлено двумя причинами. Первая: случайный характер поступления биогенных веществ и объемов стока рек в результате воздействия антропогенных факторов. Вторая: чередование в последние 12–15 лет относительно многоводных и маловодных периодов по пресному стоку. Гидрологический режим меняется главным образом за счет сокращения среднегодового пресноводного стока Дона и частично Кубани. Эта тенденция, по-видимому, будет усиливаться из-за климатических изменений, а также при дальнейшем регулировании стока Дона после ввода Багаевского гидроузла. Численные эксперименты на основе натурных данных подтвердили предсказательную ценность разработанных моделей и программ. С их помощью можно прогнозировать изменение состава и численности (концентраций) в Азовском море основных планктонных популяций, которые определяют, с одной стороны, кормовую базу, а с другой — состояние водной среды в условиях продолжающегося осолонения моря.

Ключевые слова: биогеохимические циклы, фитопланктонная популяция, биогенное вещество, химико-биологический источник, уравнение конвекции — диффузии — реакции, натурные данные.

Для цитирования: Моделирование биогеохимических процессов в Азовском море с использованием статистически обработанных данных о речном стоке / А. И. Сухинов, Ю. В. Белова, А. В. Никитина, А. М. Атаян // Advanced Engineering Research. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 437–445. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-437-445

Финансирование: работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 20-01-00421.



Modeling biogeochemical processes in the Azov Sea using statistically processed data on river flow

A. I. Sukhinov[1], Y. V. Belova[1], A. V. Nikitina[2], A. M. Atayan[1]
[1] Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)
[2] Supercomputers and Neurocomputers Research Center (Taganrog, Russian Federation)

Introduction. This work is aimed at solving the problem of phytoplankton dynamics in the coastal environments using the example of the Azov Sea. This takes into account the transformation of forms of phosphorus, nitrogen and silicon, as well as the aquatic medium motion, the distribution of temperatures and salinities over the sea area. River flow, varying in volume and chemical composition, affects significantly the variability of hydrophysical and biogeochemical parameters of the processes occurring in the coastal environment. This explains the need for statistical processing of the data from long-term observations over the river flow characteristics.
Materials and Methods. The mathematical model of biogeochemical cycles is based on a system of non-stationary equations of the convection–diffusion–reaction of parabolic type with nonlinear functions of sources and lower-order derivatives, to which the corresponding initial and boundary conditions are added. In the course of statistical analysis of the series of long-term observations over river flows, the values of the following indicators were found: skewness coefficient, degree of kurtosis, variance and standard deviation, coefficient of variation, autocorrelation coefficient, Neumann ratio, and Anderson criterion.
Results. The statistical analysis of the series of long-term observations over the hydrochemical indicators of the Don river suggests heterogeneity of the field data. This is due to the stochasticity of nutrient inputs and the volume of freshwater flow to the sea as a result of natural and anthropogenic factors. Field data should be correlated with seasonal changes in the aquatic environment temperature. This paper presents the results of a computational experiment to model the dynamics of phytoplankton populations in summer season, when temperatures are favorable for their reproduction and growth. The proposed mathematical model considers the spatially inhomogeneous distribution and transformation of forms of phosphorus, nitrogen, and silicon, as well as changes in salinity, temperature, and motion of the aquatic environment.
Discussion and Conclusions. The multispecies mathematical model of the dynamics of phytoplankton populations is considered with account for the transformation of forms of phosphorus, nitrogen, and silicon in the coastal environments. The analysis of data from field observations, for which its major statistical parameters are calculated, is carried out. As a result, it is concluded that data of the long-term observations are significantly variable. This is due to two reasons. Random nature of the input of nutrients and the volume of river flow as a result of anthropogenic factors is the first reason. The second reason includes the alternation of relatively high-water and low-water periods for fresh flow over the last 12-15 years. The hydrological regime is changing mainly due to the reduction of the average annual freshwater flow of the Don and partly of the Kuban. This trend is likely to increase due to climate changes, as well as with further regulation of the Don river flow after the Bagaevsky hydroelectric installation start-up. Numerical experiments based on the field data confirmed the predictive validity of the developed models and programs. They can be used to predict change in the composition and abundance (concentrations) in the Azov sea core planktonic populations, which define, on the one hand, food resources, and, on the other hand, the aquatic environment in terms of the ongoing sea salinization.

Keywords: biogeochemical cycles, phytoplankton population, biogenic substance, chemical-biological source, convection–diffusion–reaction equation, field data.

For citation: A. I. Sukhinov, Y. V. Belova, A. V. Nikitina, et al. Modeling biogeochemical processes in the Azov Sea using statistically processed data on river flow. Advanced Engineering Research, 2020, vol. 20, no. 4, pp. 437–445. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-437-445

Funding information: the research is done with the financial support from RFFI (project no. 20-01-00421).

Введение. Азовское море — крупная прибрежная система эстуарного типа. Это самое мелкое море в мире. Оно почти равномерно прогревается летом (с перепадами температуры в среднем не более 4 °C). При этом характеризуется большим перепадом солености — от 0 ‰ до 12–15 ‰, т. к. стоки рек обеспечивают приток пресной воды, соизмеримый с общим объемом вод моря, а из Черного моря в районе Керченского пролива поступает соленая черноморская вода. Речной сток существенно влияет на биохимический состав водоема [1]. Представляется актуальным математическое моделирование биогеохимических процессов, позволяющее проводить диагностические и прогностические расчеты динамики экосистемы моря. Изменчивый по объему и по гидрохимическому составу речной сток заметно влияет на параметры гидрофизических и биологических процессов, происходящих в прибрежной системе. Поэтому целесообразно провести статистический анализ данных многолетних наблюдений, в частности гидрохимических показателей стока рек, впадающих в Азовское море, и на основе статистически обработанных входных данных выполнить прогнозирование биогеохимических процессов.

В области исследования гидродинамики и прогнозирования морских систем следует отметить работы Марчука Г. И. [2], Матишова Г. Г., Сухинова А. И. [3], Бердникова С. В., Тютюнова Ю. В. [4], Якушева Е. В. [5], Ильичева В. Г. и др. В статье представлены результаты комплексирования математической модели биогеохимических циклов с моделью гидродинамики Азовского моря [6–8]. Это позволяет повысить точность моделирования и учесть такие факторы, как гидродинамические процессы в прибрежных системах, неоднородное распределение температур, соленостей и биогенных веществ, влияющих на развитие фитопланктонных популяций, переход биогенов из одной формы в другую [9]. Следует заметить, что численные модели пространственно-трехмерных гидрофизических процессов в прибрежных системах являются предметом отдельного исследования авторского коллектива. Они дают возможность учесть динамически изменяющуюся геометрию дна и береговой линии, ветровое напряжение на свободной поверхности и ее возвышение, трение о дно, силу Кориолиса, турбулентный обмен, испарение, речные стоки, отклонение значений давления в водной среде от гидростатического приближения и др. В представленной работе входные данные (распределение трехмерного вектора скоростей, а также соленостей и температур) являются результатами численных расчетов на основе гидрофизической модели [10].

Материалы и методы. Для описания модели формулируется начально-краевая задача для системы уравнений параболического типа с младшими производными и нелинейными функциями правых частей:

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} + u\frac{\partial q_i}{\partial x} + v\frac{\partial q_i}{\partial y} + w\frac{\partial q_i}{\partial z} = div(k\,\text{grad} q_i) + R_{q_i}, \qquad (1)$$

где q_i — концентрация i-й компоненты [мг/л]; $i \in M$, $M = \{F_1, F_2, F_3, PO_4, POP, DOP, NO_3, NO_2, NH_4, Si\}$; $\{u, v, w\}$ — компоненты вектора скорости водного потока [м/с]; k — коэффициент турбулентного обмена [м^2/с]; R_{q_i} — функция — источник биогенных веществ [мг/(л·с)].

В уравнении (1) индекс i указывает на вид субстанции (таблица 1).

Таблица 1

Биогенные вещества в модели динамики фитопланктона

Номер	Обозначение	Название
1	F_1	Зеленая водоросль *Chlorella vulgaris*
2	F_2	Сине-зеленая водоросль *Aphanizomenon flos-aquae*
3	F_3	Диатомовая водоросль *Sceletonema costatum*
4	PO_4	Фосфаты
5	POP	Взвешенный органический фосфор
6	DOP	Растворенный органический фосфор
7	NO_3	Нитраты
8	NO_2	Нитриты
9	NH_4	Аммоний
10	Si	Растворенный неорганический кремний (кремниевые кислоты)

Химико-биологические источники описаны следующими уравнениями ($i \in \{1,2,3\}$, где 1 — это ChV , 2 — $AF-A$, 3 — Sc , а $ChV, AF-A, Sc$ — символические обозначения видов планктона):

$$R_{F_i} = C_{F_i}(1 - K_{F_iR})q_{F_i} - K_{F_iD}q_{F_i} - K_{F_iE}q_{F_i},\ i = \overline{1,3},$$

$$R_{POP} = \sum_{i=1}^{3} s_p K_{F_iD} q_{F_i} - K_{PD}q_{POP} - K_{PN}q_{POP},$$

$$R_{DOP}=\sum_{i=1}^{3}s_P K_{F_iE}q_{F_i}+K_{PD}q_{POP}-K_{DN}q_{DOP},$$

$$R_{PO_4}=\sum_{i=1}^{3}s_P C_{F_i}\left(K_{F_iR}-1\right)q_{Fi}+K_{PN}q_{POP}+K_{DN}q_{DOP},$$

$$R_{NH_4}=\sum_{i=1}^{3}s_N C_{F_1}\left(K_{F_iR}-1\right)\frac{f_N^{(2)}\left(q_{NH_4}\right)}{f_N\left(q_{NO_3},q_{NO_2},q_{NH_4}\right)}q_{F_i}+\sum_{i=1}^{3}S_N\left(K_{F_iD}+K_{F_iE}\right)q_{F_i}-K_{42}q_{NH_4},$$

$$R_{NO_2}=\sum_{i=1}^{3}s_N C_{F_i}(K_{F_iR}-1)\frac{f_N^{(1)}\left(q_{NO_3},q_{NO_2},q_{NH_4}\right)}{f_N\left(q_{NO_3},q_{NO_2},q_{NH_4}\right)}\cdot\frac{q_{NO_2}}{q_{NO_2}+q_{NO_3}}q_{F_i}+K_{42}q_{NH_4}-K_{23}q_{NO_2},$$

$$R_{NO_3}=\sum_{i=1}^{3}s_N C_{F_i}\left(K_{F_iR}-1\right)\frac{f_N^{(1)}\left(q_{NO_3},q_{NO_2},q_{NH_4}\right)}{f_N\left(q_{NO_3},q_{NO_2},q_{NH_4}\right)}\cdot\frac{q_{NO_3}}{q_{NO_2}+q_{NO_3}}q_{F_i}+K_{23}q_{NO_2},$$

$$R_{Si}=s_{Si}C_{F_3}\left(K_{F_3R}-1\right)q_{F_3}+s_{Si}K_{F_3D}q_{F_3}.$$

Здесь K_{F_iR} — удельная скорость дыхания фитопланктона; K_{F_iD} — удельная скорость отмирания фитопланктона; K_{F_iE} — удельная скорость экскреции фитопланктона; K_{PD} — удельная скорость автолиза *POP*; K_{PN} — коэффициент фосфатофикации *POP*; K_{DN} — коэффициент фосфатофикации *DOP*; K_{42} — удельная скорость окисления аммония до нитритов в процессе нитрификации; K_{23} — удельная скорость окисления нитритов до нитратов в процессе нитрификации; s_P, s_N, s_{Si} — нормировочные коэффициенты между содержанием *N*, *P*, *Si* в органическом веществе [11–12].

Скорость роста фитопланктона определяется выражениями

$$C_{F_{1,2}}=K_{NF_{1,2}}f_T\left(T\right)f_S\left(S\right)min\left\{f_P\left(q_{PO_4}\right),f_N\left(q_{NO_3},q_{NO_2},q_{NH_4}\right)\right\},$$

$$C_{F_3}=K_{NF_3}\,f_T\left(T\right)f_S\left(S\right)min\left\{f_P\left(q_{PO_4}\right),f_N\left(q_{NO_3},q_{NO_2},q_{NH_4}\right),f_{Si}\left(q_{Si}\right)\right\},$$

где K_{NF} — максимальная удельная скорость роста фитопланктона.

Зависимости температуры и солености:

$$f_T\left(T\right)=\exp\left(-\alpha\left(\frac{T-T_{opt}}{T_{opt}}\right)^2\right),\ f_S\left(S\right)=\exp\left(-\beta\left(\frac{S-S_{opt}}{S_{opt}}\right)^2\right),$$

где T_{opt}, S_{opt} — температура и соленость, оптимальные для данного вида фитопланктона; $\alpha>0$, $\beta>0$ — коэффициенты ширины интервала толерантности фитопланктона к температуре и солености соответственно.

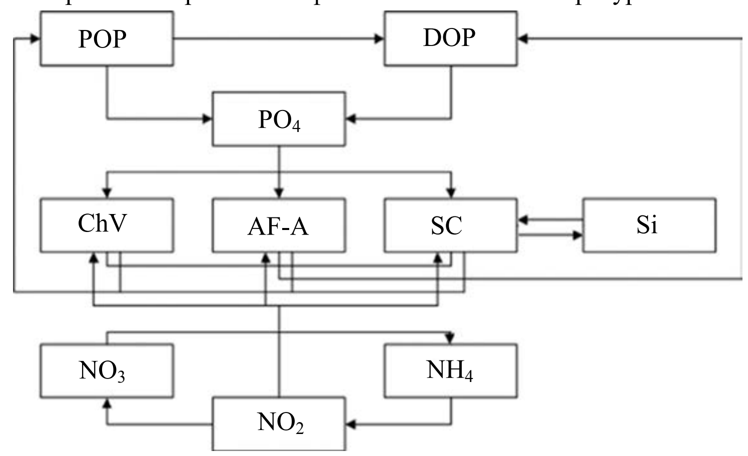


Рис. 1. Модельная схема биогеохимической трансформации форм фосфора, азота и кремния

Ниже представлены функции, описывающие содержание биогенов.

Для фосфора $f_P\left(q_{PO_4}\right)=\dfrac{q_{PO_4}}{q_{PO_4}+K_{PO_4}}$, где K_{PO_4} — константа полунасыщения фосфатами.

Для кремния $f_{Si}\left(q_{Si}\right)=\dfrac{q_{Si}}{q_{Si}+K_{Si}}$, где K_{Si} — константа полунасыщения кремнием.

Для азота $f_N\left(q_{NO_3},q_{NO_2},q_{NH_4}\right)=f_N^{(1)}\left(q_{NO_3},q_{NO_2},q_{NH_4}\right)+f_N^{(2)}\left(q_{NH_4}\right)$,

$$f_N^{(1)}(q_{NO_3},q_{NO_2},q_{NH_4})=\frac{(q_{NO_3}+q_{NO_2})\exp(-K_{psi}q_{NH_4})}{K_{NO_3}+(q_{NO_3}+q_{NO_2})},\ f_N^{(2)}(q_{NH_4})=\frac{q_{NH_4}}{K_{NH_4}+q_{NH_4}},$$

где K_{NO_3} — константа полунасыщения нитратами; K_{NH_4} — константа полунасыщения аммонием; K_{psi} — коэффициент ингибирования аммония.

Предположим, что коэффициенты, входящие в выражения для функций источников, положительны и не зависят от времени *t*.

Для системы (1) ставится начально-краевая задача в цилиндрической области G. Пусть граница Σ цилиндрической области G является кусочно-гладкой поверхностью и $\Sigma = \Sigma_H \cup \Sigma_o \cup \sigma$, где Σ_H — поверхность дна водоема, Σ_o — невозмущенная поверхность водной среды, σ — боковая (цилиндрическая) поверхность.

Пусть u_n — нормальная по отношению к Σ составляющая вектора скорости водного потока, n — вектор внешней нормали к Σ. Допустим для концентраций q_i на боковой границе:

$$q_i = 0, \text{ на } \sigma, \text{ если } u_n < 0, \ i \in M; \tag{2}$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial n} = 0, \text{ на } \sigma, \text{ если } u_n \geq 0, \ i \in M; \tag{3}$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial z} = 0, \text{ на } \Sigma_o \text{ — поверхность водоема, } i \in M; \tag{4}$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial z} = \varepsilon_{1,i} q_i, \ i \in \{F_1, F_2, F_3\}, \frac{\partial q_i}{\partial z} = \varepsilon_{2,i} q_i;$$

$$i \in \{PO_4, POP, DOP, NO_3, NO_2, NH_4, Si\} \text{ на дне } \Sigma_H. \tag{5}$$

Здесь $\varepsilon_{1,i}$, $\varepsilon_{2,i}$ — неотрицательные постоянные; $\varepsilon_{1,i}$, $i \in \{F_1, F_2, F_3\}$ учитывают опускание водорослей на дно и их затопление; $\varepsilon_{2,i}$, $i \in \{PO_4, POP, DOP, NO_3, NO_2, NH_4, Si\}$ учитывают поглощение питательных веществ донными отложениями.

Для системы уравнений необходимо в любой момент времени задавать вектор скоростей водного потока, поле солености и температуры, а также начальные значения функций q_i:

$$q_i(x,y,z,0) = q_{0i}(x,y,z), \quad (x,y,z) \in \overline{G}, \ t = 0, \ i \in M, \tag{6}$$

$$\mathrm{V}(x,y,z,0) = \mathrm{V}_0(x,y,z), \ T(x,y,z,0) = T_0(x,y,z), \ S(x,y,z,0) = S_0(x,y,z).$$

Статистическая обработка данных многолетних наблюдений о стоках рек в Азовское море. Значительный относительно объемов моря речной сток существенно влияет на биологические и гидрофизические процессы, происходящие в Азовском море [13]. Со стоками рек в водоем поступает большое количество биогенных веществ, в том числе азота, фосфора и кремния — основных питательных элементов для фитопланктона. В XX веке основная часть притока вод в Азовское море приходится на сток Дона — 63 % (рис. 2–4)[1].

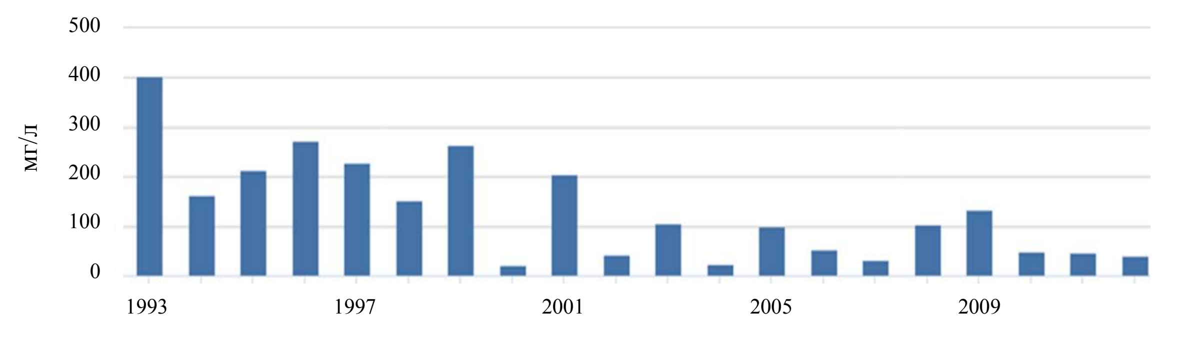


Рис. 2. Ряды многолетних наблюдений за стоком реки Дон (1993–2012 гг.): концентрация азота (N–NH_4)

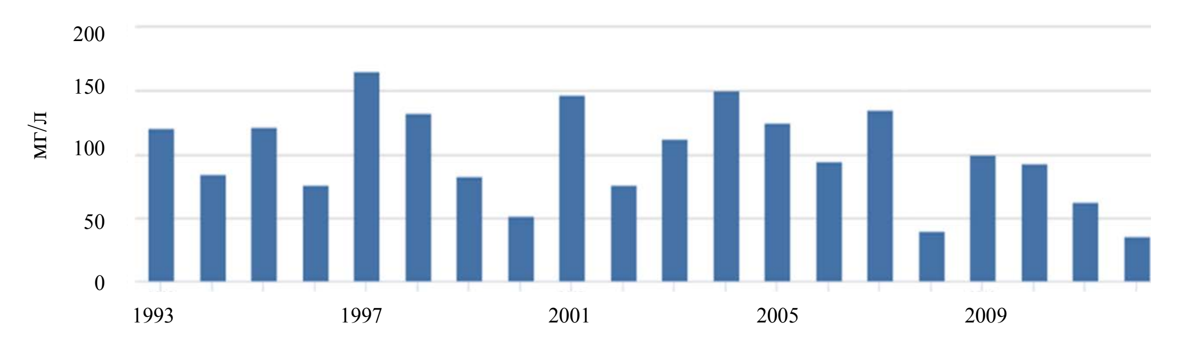


Рис. 3. Ряды многолетних наблюдений за стоком реки Дон (1993–2012 гг.): концентрация фосфора (PO_4)

[1] Экологический атлас. Черное и Азовское моря / НК «Роснефть» ; Арктический научный центр ; НИР. М., 2019. 464 с.

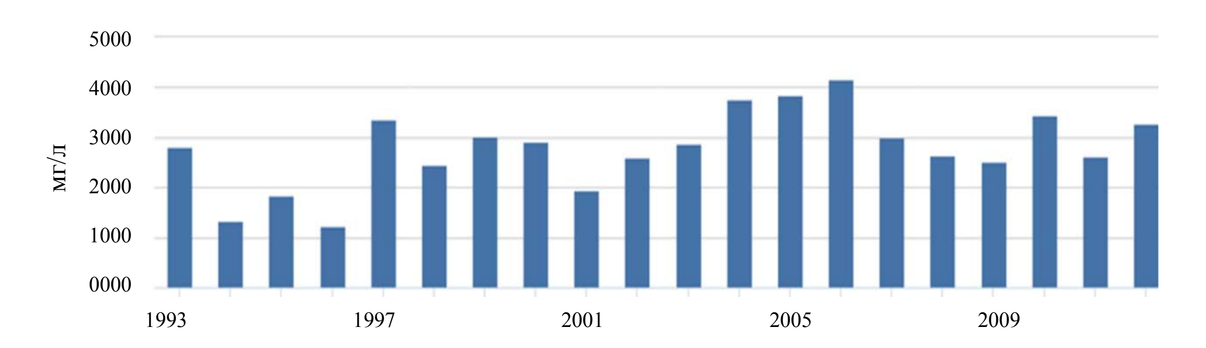


Рис. 4. Ряды многолетних наблюдений за стоком реки Дон (1993–2012 гг.): концентрация кремния (SiO_4)

Таблица 2

Результаты расчета статистических параметров данных натурных наблюдений

Показатель	$N\text{-}NH_4$	PO_4	SiO_4
Количество значений	20	20	20
Максимальное значение	403,9	165,0	4166,7
Минимальное значение	20,6	35,4	287,3
Среднее арифметическое значение	132,3	100,1	2648,1
Дисперсия	10362,5	1309,0	868441,9
Стандартное отклонение	101,8	36,2	931,9
Коэффициент асимметрии C_s	0,9	–0,1	–0,7
Коэффициент эксцесса C_e	0,2	–0,9	0,2
Коэффициент вариации C_v	0,8	0,4	0,4
Отношение C_s/C_v	1,2	–0,3	–2,0
Коэффициент автокорреляции	0,3	–0,1	0,1
Отношение Неймана	1,1	2,0	1,8

Исследование рядов многолетних наблюдений за стоком Дона позволяет сделать ряд выводов.

— Рассматриваемые концентрации питательных веществ обладают как положительной, так и отрицательной асимметрией.

— Случайные величины для азота и кремния смещены относительно центра распределения, о чем свидетельствует высокое значение коэффициента асимметрии.

— Большие значения дисперсий и среднеквадратических отклонений получены для всех биогенов.

— Коэффициенты автокорреляции малы, следовательно, для рядов натурных данных характерна сильная нелинейная тенденция.

— Вариация во всех рядах больше 20 %, следовательно, ряды сильно вариативны.

— Для азота очевидно наличие автокорреляционной связи по критерию Андерсона при количестве значений в выборке 20, так как коэффициент автокорреляции превышает 0,299 при уровне значимости 5%.

— Для азота очевидно наличие автокорреляции остатков по критерию Неймана при уровне значимости 5% для 20 наблюдений, т. к. отношение Неймана меньше 1,2.

— Фосфор и кремний не демонстрируют автокорреляционные связи, гипотезу об автокорреляции остатков отвергаем.

В результате статистического анализа натурных данных [14] можно сделать вывод об их сильной изменчивости. Это обусловлено стохастичностью поступления биогенных веществ со стоком Дона и существенно меняющимся объемом стока под воздействием природных и антропогенных факторов. Для использования натурных данных в модели (1)–(6) целесообразно учитывать сезонные изменения. Далее при моделировании будем рассматривать летний период.

Результаты численных экспериментов. Проведено численное моделирование решения задачи динамики фитопланктонных популяций в летнее время с учетом трансформации форм фосфора, азота и кремния на примере Азовского моря. Моделируемая область соответствует физическим размерам Азовского моря: длина — 355 км, ширина — 233 км, шаг по пространству в горизонтальных направлениях — 1000 м. На рис. 5 приведен спутниковый снимок Азовского моря, подтверждающий соответствие результатов работы

натурным данным. На снимке отчетливо видны распределения зеленых и сине-зеленых водорослей в области Таганрогского залива и диатомовых водорослей — в центральной части моря.



Рис. 5. Спутниковый снимок Азовского моря, сделанный с помощью спектрорадиометра с умеренным разрешением (MODIS) спутником NASA Aqua 31 июля 2004 года

В результате вычислительного эксперимента получены сеточные распределения концентраций основных популяций фитопланктона и питательных веществ в Азовском море (рис. 6). Период расчета — 30 суток. Этого достаточно для установления стационарных режимов в задачах динамики фитопланктона.

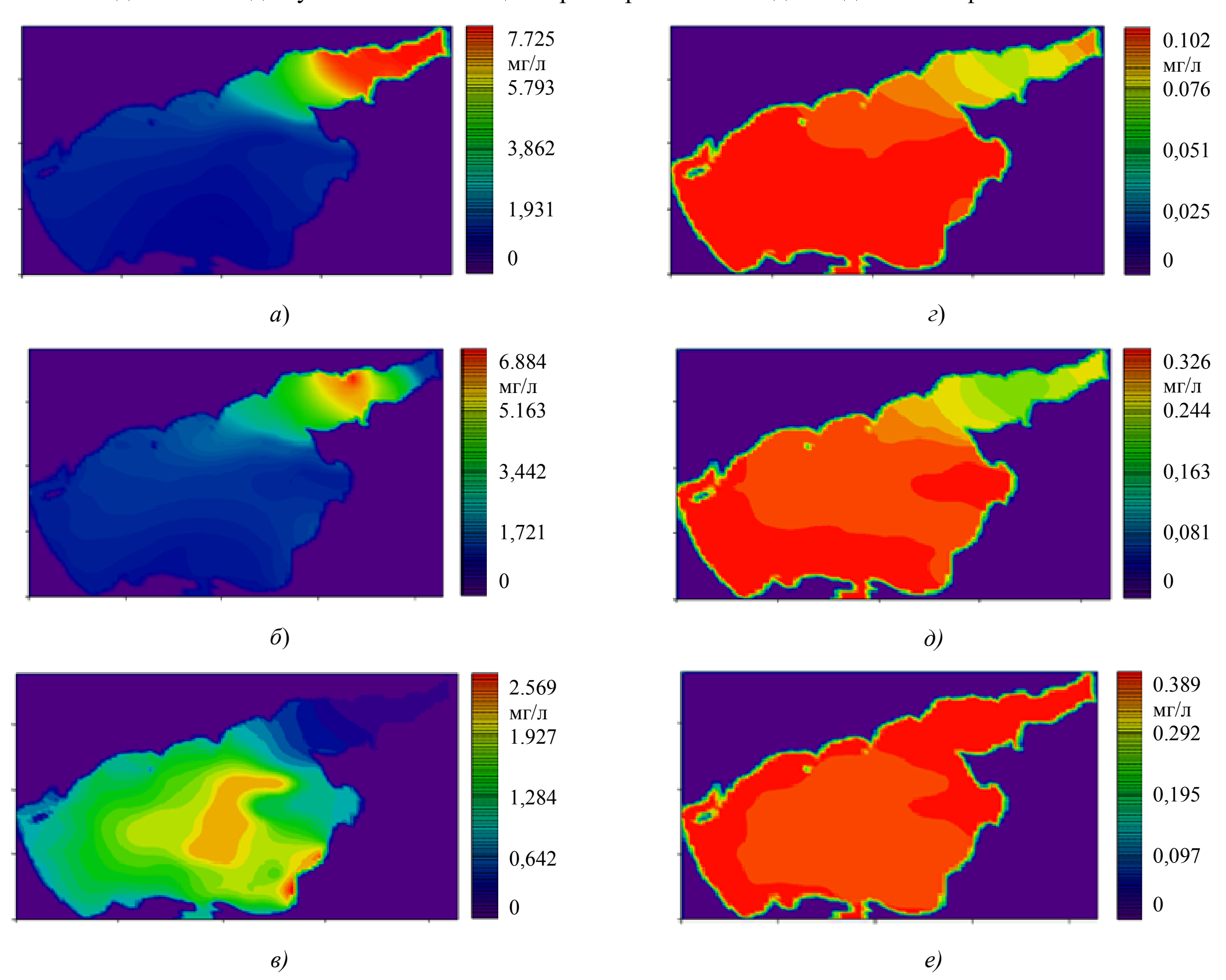


Рис. 6. Распределения концентраций: зеленой водоросли *Chlorella vulgaris* (*а*); сине-зеленой водоросли *Aphanizomenon flos-aquae* (*б*); диатомовой водоросли *Sceletonema costatum* (*в*); фосфатов (*г*); нитратов (*д*); растворенного неорганического кремния (*е*)

Рисунки отражают динамику фитопланктонных популяций, циклы фосфора, азота и кремния. В процессе экскреции и отмирания фитопланктон выделяет фосфор в растворенной и взвешенной органических формах, затем в процессе фосфатофикации они переходят в неорганическую форму — фосфаты, которые потребляет фитопланктон. Также описан цикл азота: в процессе жизнедеятельности фитопланктон выделяет азот в органическом виде, который разлагается до аммиака. Аммиак в процессе нитрификации окисляется до нитритов, а затем до нитратов. Стоит отметить, что фитопланктон потребляет все три формы азота. Отмечено потребление и выделение кремния диатомовыми водорослями. Сравнение с результатами моделирования для многоводных периодов показывает, что в последние маловодные годы ареалы обитания зеленых и сине-

зеленых водорослей в области Таганрогского залива существенно (на многие километры) сместились в восточном направлении, ближе к Дону — источнику пресной воды.

Обсуждение и заключения. В работе приведена многовидовая математическая модель динамики фитопланктонных популяций, трансформаций форм биогенных веществ — соединений фосфора, азота, кремния. В модели учтено:

— влияние солености и температуры на развитие трех основных видов фитопланктона (зеленых, сине-зеленых и диатомовых водорослей);

— поглощение фитопланктоном фосфатов и форм азота,

— переход форм фосфора и азота из одной в другую,

— поглощение кремния диатомовыми водорослями,

— адвективное и микротурбулентное движение водной среды,

— стоки и источники на границе.

Для анализа натурных данных разработана и адаптирована методика статистического анализа многолетних рядов наблюдений концентраций биогенных веществ (фосфора, азота, их соединений и др.), которые поступают в море со стоком Дона. Статистический анализ данных многолетних наблюдений, в частности гидрохимических показателей стока Дона, стал базой для прогнозирования биогеохимических процессов с учетом движения водной среды, распределения температур и солености. Результаты численных экспериментов согласуются с данными космического зондирования Азовского моря, что является подтверждением предсказательной ценности применяемых моделей и методов их численной реализации. Сравнение распределений популяций зеленых и сине-зеленых водорослей в Таганрогском заливе для многоводных и маловодных периодов показывает, что ареалы их обитания в последние маловодные годы существенно (на многие километры) сместились в восточном направлении, ближе к Дону — источнику пресной воды.

Библиографический список

1. Закономерности экосистемных процессов в Азовском море / Г. Г. Матишов, С. Л. Дженюк, С. В. Бердников, Ю. М. Гаргопа. — Москва : Наука, 2006. — 304 с.

2. Марчук, Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г. И. Марчук. — Москва : Наука, 1982. — 319 с.

3. Математическое моделирование условий формирования заморов в мелководных водоемах на многопроцессорной вычислительной системе / А. И. Сухинов, А. В. Никитина, А. Е. Чистяков, И. С. Семенов // Вычислительные методы и программирование. — 2013. — Т. 14, № 1. — С. 103–112.

4. Lewis, N. D. Multitrophic interactions in the sea: assessing the effect of infochemical-mediated foraging in a 1-D spatial model / N. D. Lewis, A. Morozov, M. N. Breckels [et al.] // Mathematical Modelling of Natural Phenomena. — 2013. — Vol. 8(6) — P. 25–44.

5. Yakushev, E. V. Analysis of the water column oxic/anoxic interface in the Black and Baltic seas with a numerical model / E. V. Yakushev, F. Pollehne, G. Jost [et al.] // Marine Chemistry. — 2007. — Vol. 107 (3). — P. 388–410.

6. Сухинов, А. И. Прецизионные модели гидродинамики и опыт их применения в предсказании и реконструкции чрезвычайных ситуаций в Азовском море / А. И. Сухинов // Известия ТРТУ. — 2006. — № 3 (58). — С. 228–235.

7. Математическое моделирование гидродинамических процессов мелководных водоемов с учетом процессов переноса солей и тепла / А. Е. Чистяков, А. В. Никитина, Ю. В. Белова [и др.] // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2020) : сб. тр. VI междунар. конф. и молодеж. школы / Под ред. В. А. Соболева. — Самара : Изд-во Самар. нац. исслед. ун-та им. академика С. П. Королева, 2020. — С. 784–791.

8. Sukhinov, A. I. Reconstruction of 2001 ecological disaster in the Azov Sea on the basis of precise hydrophysics models / A. I. Sukhinov, A. A. Sukhinov // Parallel Computational Fluid Dynamics 2004. Multidisciplinary Applications. — London : Elsevier Science, 2005. — P. 231–238. DOI: 10.1016/B978-044452024-1/50030-0

9. Nikitina, A. Optimal control of sustainable development in biological rehabilitation of the Azov Sea / A. Nikitina, A. I. Sukhinov, G. A. Ugolnitskya [et al.] // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2017. — Vol. 9 (1). — P. 101–107.

10. Sukhinov, A. I. Numerical modeling of ecologic situation of the Azov Sea with using schemes of increased order of accuracy on multiprocessor computer system / A. I. Sukhinov, A. E. Chistyakov, A. A. Semenyakin [et al.] // Computer Research and Modeling. — 2016. — Vol. 8(1). — P. 151–168.

11. Исследование стационарных решений задачи динамики фитопланктона с учетом трансформации соединений фосфора, азота и кремния / Ю. В. Белова, А. М. Атаян, А. Е. Чистяков, А. В. Стражко // Вестник Донского государственного технического университета. — 2019. — Т. 19, № 1. — С. 4–12.

12. Yakushev, E. Importance of the different manganese species in the formation of water column redox zones: Observations and modeling / E. Yakushev, S. Pakhomova, K. Sørenson [et al.] // Marine Chemistry. — 2009. — Vol. 117. — P. 59–70.

13. Sukhinov, A. I. Practical aspects of implementation of the parallel algorithm for solving problem of ctenophore population interaction in the Azov Sea / A. I. Sukhinov, A. V. Nikitina, A. E. Chistyakov [et al.] // Bulletin of the South Ural State University. (Computational Mathematics and Software Engineering). — 2018. — Vol. 7 (3). — P. 31–54. DOI: https://doi.org/10.14529/cmse180303

14. Коваленко, С. Н. Результаты статистической обработки натурной информации при биогенном загрязнении малых рек, принимающих стоки с мелиорируемых сельскохозяйственных территорий / С. Н. Коваленко // Природообустройство. — 2009. — № 4. — С. 73–77.

Поступила в редакцию 11.05.2020
Запланирована в номер 31.07.2020

Об авторах:

Сухинов Александр Иванович, член-корреспондент РАН, заведующий кафедрой «Математика и информатика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор физико-математических наук, профессор, ResearcherID: I-1091-2016, ScopusID: 8573972700, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5875-1523, sukhinov@gmail.com.

Белова Юлия Валериевна, ассистент кафедры «Математика и информатика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ResearcherID: L-7893-2016, ScopusID: 57196457293, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2639-7451, yvbelova@yandex.ru.

Никитина Алла Валерьевна, ведущий научный сотрудник ООО «НИЦ супер-ЭВМ и нейрокомпьютеров» (РФ, 347900, Россия, Ростовская область, г. Таганрог, пер. Итальянский, 106), ResearcherID: H-4941-2017, ScopusID: 57190226179, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7257-962X, nikitina.vm@gmail.com.

Атаян Ася Михайловна, ассистент кафедры «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ScopusID: 57213156282, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4629-1002, atayan24@yandex.ru.

Заявленный вклад соавторов:

А. И. Сухинов — научное руководство, анализ результатов исследований, доработка текста, корректировка выводов. Ю. В. Белова — формирование основной концепции, постановка цели и задач исследования, проведение вычислительного эксперимента, подготовка текста. А. В. Никитина — подготовка текста, формулирование выводов. А. М. Атаян — проведение вычислительного эксперимента, подготовка текста.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.